



# INFORMATOR o egzaminie maturalnym z fizyki

od roku szkolnego 2024/2025



Centralna Komisja Egzaminacyjna  
Warszawa 2024

## **Zespół redakcyjny:**

Mariusz Mroczek (CKE)  
Urszula Okrajni (OKE Jaworzno)  
Jan Sawicki (OKE Kraków)  
dr Lidia Szymczak-Mazur (OKE Jaworzno)  
dr Jerzy Brojan  
dr Piotr Nieżurawski (UW)  
prof. dr hab. Andrzej Wyszomłek (UW)  
dr Wioletta Kozak (CKE)  
dr Marcin Smolik (CKE)

## **Recenzenci:**

dr Waldemar Berej (UMCS)  
dr hab. Adam Szereszewski (UW)  
dr Tomasz Karpowicz (recenzja językowa)

Informator został opracowany przez Centralną Komisję Egzaminacyjną we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi.

Centralna Komisja Egzaminacyjna  
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa  
tel. 22 536 65 00  
sekretariat@cke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku  
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk  
tel. 58 320 55 90  
komisja@oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie  
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno  
tel. 32 784 16 00  
sekretariat@oke.jaworzno.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie  
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków  
tel. 12 683 21 01  
oke@oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży  
al. Legionów 9, 18-400 Łomża  
tel. 86 473 71 20  
sekretariat@oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi  
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź  
tel. 42 664 80 60  
sekretariat@lodz.oke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu  
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań  
tel. 61 854 01 60  
sekretariat@oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie  
ul. Józefa Bema 87, 01-233 Warszawa  
tel. 22 457 03 35  
info@oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu  
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław  
tel. 71 785 18 94  
sekretariat@oke.wroc.pl

## Spis treści

<b>1.</b>	Opis egzaminu maturalnego z fizyki .....	<b>5</b>
	Wstęp .....	<b>5</b>
	Zadania na egzaminie .....	<b>5</b>
	Opis arkusza egzaminacyjnego .....	<b>7</b>
	Zasady oceniania .....	<b>7</b>
	Materiały i przybory pomocnicze .....	<b>9</b>
<b>2.</b>	Przykładowe zadania z rozwiązaniami .....	<b>11</b>
	Mechanika punktu materialnego i bryły sztywnej .....	<b>12</b>
	Grawitacja i elementy astronomii .....	<b>28</b>
	Drgania, fale i optyka .....	<b>47</b>
	Elektryczność i magnetyzm .....	<b>65</b>
	Własności materii, termodynamika, hydrostatyka i aerostatyka .....	<b>87</b>
	Elementy fizyki atomowej i jądrowej.....	<b>103</b>
<b>3.</b>	Informacja o egzaminie maturalnym z fizyki dla absolwentów niesłyszących .....	<b>123</b>



# 1. Opis egzaminu maturalnego z fizyki

## WSTĘP

Fizyka jest jednym z przedmiotów do wyboru na egzaminie maturalnym. Każdy maturzysta może przystąpić do egzaminu maturalnego z fizyki na poziomie rozszerzonym jako przedmiotu dodatkowego.

Egzamin maturalny z fizyki sprawdza, w jakim stopniu zdający spełnia wymagania określone w [podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej](#)<sup>1</sup>.

Podstawa programowa dzieli wymagania na ogólne i szczegółowe. Wymagania szczegółowe odwołują się do ściśle określonych wiadomości i konkretnych umiejętności. Wymagania ogólne mają podstawowe znaczenie, gdyż syntetycznie ujmują nadrzędne cele kształcenia w nauczaniu fizyki.

*Informator* prezentuje przykładowe zadania egzaminacyjne wraz z rozwiązaniami. Do każdego zadania dodano wykaz wymagań ogólnych i szczegółowych z podstawy programowej kształcenia ogólnego, którym odpowiada dane zadanie. Zadania w *Informatorze* nie ilustrują wszystkich wymagań z zakresu fizyki określonych w podstawie programowej, nie wyczerpują również wszystkich typów zadań, które mogą wystąpić w arkuszu egzaminacyjnym. Tylko realizacja wszystkich wymagań z podstawy programowej, zarówno ogólnych, jak i szczegółowych, może zapewnić wszechstronne wykształcenie w zakresie fizyki, w tym – właściwe przygotowanie do egzaminu maturalnego.

## ZADANIA NA EGZAMINIE

W arkuszu egzaminacyjnym znajdują się zarówno zadania zamknięte, jak i otwarte.

Zadania zamknięte to takie, w których zdający wybiera odpowiedź spośród podanych. Wśród zadań zamkniętych znajdują się m.in.:

- zadania wyboru wielokrotnego
- zadania typu prawda-falsz
- zadania na dobieranie.

---

<sup>1</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia (Dz.U. z 2024 r. poz. 1019).

Zadania otwarte to takie, w których zdający samodzielnie formułuje odpowiedź. Wśród zadań otwartych znajdują się m.in.:

- zadania z luką, wymagające uzupełnienia zdania albo zapisania odpowiedzi jednym lub kilkoma wyrazami, symbolami lub wzorami fizycznymi, w tym wykonania lub uzupełniania rysunku, diagramu, tabeli, wykresu, zależności między wielkościami, równania
- zadania krótkiej odpowiedzi, wymagające (1) przeprowadzenia obliczeń lub wyprowadzenia zależności pomiędzy wielkościami fizycznymi, (2) ustalania i/lub uzasadniania prawidłowych stwierdzeń dotyczących zjawisk fizycznych i ich modeli, opisywania zjawisk fizycznych lub doświadczeń, przedstawiania tez i formułowania hipotez.

Przedstawione przez zdającego rozwiązanie zadania otwartego, w którym zdający m.in. oblicza, wyprowadza, wykazuje, uzasadnia, musi prezentować pełny tok rozumowania, uwzględniać warunki zadania, a także odwoływać się do praw i zależności fizycznych oraz matematycznych. Oznaczenia stosowane w rozwiązaniu przez zdającego muszą jednoznacznie umożliwiać identyfikację wielkości fizycznych opisanych w treści zadania i polecenia.

Wszystkie zadania egzaminacyjne będą sprawdzały poziom opanowania umiejętności określonych w następujących wymaganiach ogólnych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej (w nawiasach zapisano numery celów kształcenia podstawy programowej):

- wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości (I)
- rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych (II)
- planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników (III)
- posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł (IV)
- budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych (V).

Zadania egzaminacyjne będą dotyczyły następujących obszarów tematycznych fizyki (w nawiasach zapisano numery treści nauczania podstawy programowej):

- mechanika punktu materialnego i bryły sztywnej (II, III)
- grawitacja i elementy astronomii (IV)
- drgania, fale i optyka (V, X)
- elektryczność i magnetyzm (VII, VIII, IX)
- własności materii, termodynamika, hydrostatyka i aerostatyka (II, VI)
- elementy fizyki atomowej i jądrowej (XI, XII).

Niezależnie od wymienionych powyżej obszarów tematycznych, zadania egzaminacyjne sprawdzą również umiejętności określone w wymaganiach przekrojowych (określonych w pkt I treści nauczania podstawy programowej).

## OPIS ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO

Egzamin maturalny z fizyki trwa 180 minut<sup>2</sup>. W arkuszu egzaminacyjnym znajdzie się od 25 do 35 zadań. Łączna liczba punktów, jakie można uzyskać za prawidłowe rozwiązanie wszystkich zadań, jest równa 60.

Liczbę zadań oraz liczbę punktów możliwych do uzyskania za poszczególne rodzaje zadań w całym arkuszu przedstawiono w poniższej tabeli.

Rodzaj zadań	Liczba zadań	Łączna liczba punktów	Udział w wyniku sumarycznym
zamknięte	6–15	8–15	ok. 20%
otwarte	15–21	45–52	ok. 80%
<b>RAZEM</b>	<b>23–33</b>	<b>60</b>	<b>100%</b>

W arkuszu egzaminacyjnym będą występowały wiązki zadań lub pojedyncze zadania. Wiązka zadań to zestaw od dwóch do czterech zadań występujących we wspólnym kontekście tematycznym, którym jest opisane zjawisko fizyczne, doświadczenie, obserwacja, materiał źródłowy itp. Każde z zadań wiązki będzie można rozwiązać niezależnie od rozwiązania innych zadań w danej wiązce. Wiązka zadań może się składać zarówno z zadań zamkniętych, jak i z zadań otwartych.

## ZASADY OCENIANIA

### Zadania zamknięte

Zadania zamknięte są oceniane – w zależności od maksymalnej liczby punktów, jaką można uzyskać za rozwiązanie danego zadania – zgodnie z poniższymi zasadami:

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

ALBO

2 pkt – odpowiedź całkowicie poprawna.

1 pkt – odpowiedź częściowo poprawna lub odpowiedź niepełna.

0 pkt – odpowiedź całkowicie niepoprawna albo brak odpowiedzi.

<sup>2</sup> Czas trwania egzaminu może zostać wydłużony w przypadku zdających ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, w tym niepełnosprawnych, oraz w przypadku cudzoziemców. Szczegóły są określone w Komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w sprawie szczegółowych sposobów dostosowania warunków i form przeprowadzania egzaminu maturalnego w danym roku szkolnym.

## Zadania otwarte

Za poprawne rozwiązanie zadania otwartego będzie można otrzymać maksymalnie 1, 2, 3 lub 4 punkty. Za każde poprawne rozwiązanie, inne niż opisane w zasadach oceniania, można przyznać maksymalną liczbę punktów, o ile rozwiązanie jest merytorycznie poprawne, zgodne z poleceniem i warunkami zadania.

Zadania otwarte są oceniane – w zależności od maksymalnej liczby punktów, jaką można uzyskać za rozwiązanie danego zadania – zgodnie z poniższymi zasadami:

### *Zadania otwarte, w których zdający udziela odpowiedzi opisowej*

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 1 pkt:
  - 1 pkt – odpowiedź poprawna.
  - 0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.
- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 2 pkt:
  - 2 pkt – odpowiedź całkowicie poprawna.
  - 1 pkt – odpowiedź częściowo poprawna lub odpowiedź niepełna.
  - 0 pkt – odpowiedź całkowicie niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### *Zadania otwarte, w których zdający wykonuje lub uzupełnia rysunek, wykres, diagram, tabelę, zależność lub uzupełnia tekst kilkoma wyrazami albo wykonuje proste obliczenie*

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 1 pkt:
  - 1 pkt – rozwiązanie poprawne.
  - 0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.
- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 2 pkt:
  - 2 pkt – rozwiązanie całkowicie poprawne.
  - 1 pkt – rozwiązanie częściowo poprawne lub rozwiązanie niepełne.
  - 0 pkt – rozwiązanie całkowicie niepoprawne albo brak rozwiązania.

### *Zadania otwarte, dla których określono poszczególne etapy ich rozwiązania (np. niewielki postęp, istotny postęp, zasadnicze trudności zadania)*

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 2 pkt:
  - 2 pkt – rozwiązanie poprawne.
  - 1 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
  - 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, albo brak rozwiązania.



- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 3 pkt:
  - 3 pkt – rozwiązanie poprawne.
  - 2 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
  - 1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania.
  - 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie ma istotnego postępu, albo brak rozwiązania.
- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 4 pkt:
  - 4 pkt – rozwiązanie poprawne.
  - 3 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
  - 2 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania.
  - 1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został niewielki postęp, ale konieczny do rozwiązania zadania.
  - 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie ma niewielkiego postępu, albo brak rozwiązania.

W rozwiązaniu zadań otwartych, dla których określono poszczególne etapy ich rozwiązania, wyróżniony został najważniejszy etap, nazywany pokonaniem zasadniczych trudności zadania. Przyjęto zasadę, że za pokonanie zasadniczych trudności zadania przyznaje się co najmniej połowę punktów, jakie można otrzymać za bezbłędne rozwiązanie danego zadania. Przed pokonaniem zasadniczych trudności zadania wyróżnia się jeszcze jeden etap (w przypadku zadań za 3 pkt) lub dwa etapy poprzedzające (w przypadku zadań za 4 pkt): dokonanie istotnego postępu w rozwiązaniu zadania oraz/lub dokonanie niewielkiego postępu, który jest konieczny do rozwiązania zadania.

Etapy rozwiązania dla każdego zadania będą opisane w zasadach oceniania dla danego zadania. Ponadto dla różnych sposobów rozwiązania danego zadania te same etapy będą opisywały w zasadach oceniania jakościowo równoważny postęp na drodze do rozwiązania zadania.

## **MATERIAŁY I PRZYBORY POMOCNICZE NA EGZAMINIE Z FIZYKI**

Przybory pomocnicze, z których mogą korzystać zdający na egzaminie maturalnym z fizyki, to:

- linijka
- kalkulator naukowy
- *Wybrane wzory i stałe fizykochemiczne na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki.*

Szczegółowe informacje dotyczące materiałów i przyborów pomocniczych, z których mogą korzystać zdający na egzaminie maturalnym (w tym osoby, którym dostosowano warunki przeprowadzenia egzaminu), będą ogłaszane w komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej.





## 2. Przykładowe zadania z rozwiązaniami

W *Informatorze* dla każdego zadania podano:

- liczbę punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie (w nawiasach, po numerze zadania)
- najważniejsze wymagania ogólne i szczegółowe, które są sprawdzane w tym zadaniu
- zasady oceniania rozwiązania tego zadania
- poprawne rozwiązanie w przypadku zadania zamkniętego oraz przykładowe rozwiązanie w przypadku zadania otwartego.

W przykładowych rozwiązaniach zadań otwartych są wyodrębnione dodatkowe komentarze, które nie podlegają ocenie. Dodatkowe komentarze wyodrębniono w ramkach (podobnie jak ten akapit).

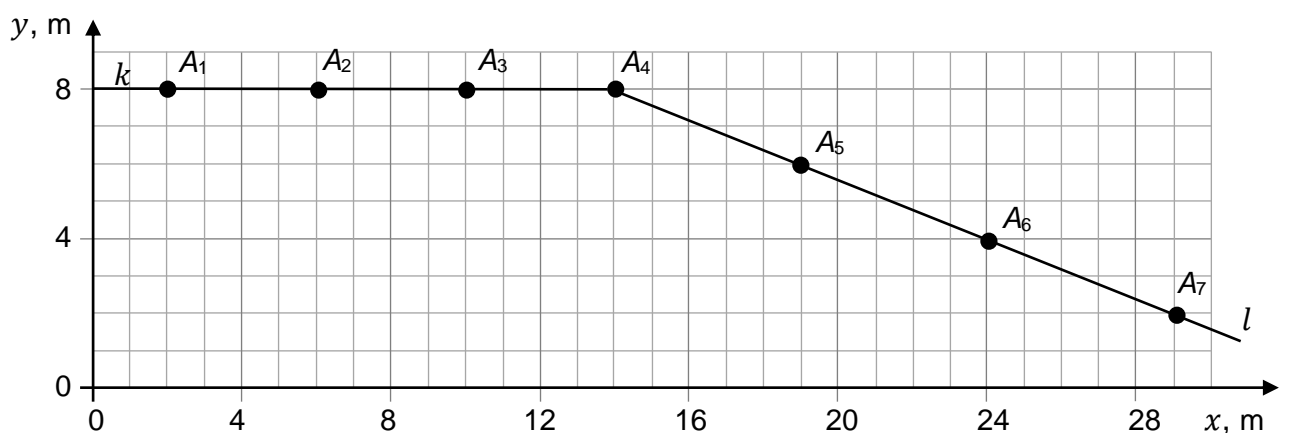
Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania zwraca uwagę na to, że do rozwiązania zadania będzie pomocne lub niezbędne użycie linijki (np. do rysowania linii prostych lub do odmierzenia długości odcinków).

Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania zwraca uwagę na to, że do rozwiązania zadania będzie niezbędne użycie kalkulatora naukowego.

## MECHANIKA PUNKTU MATERIALNEGO I BRYŁY SZTYWNEJ

## Zadanie 1. Impulsowe działanie siły

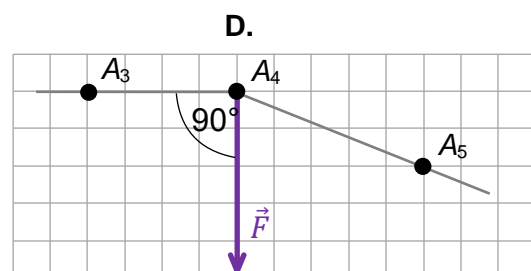
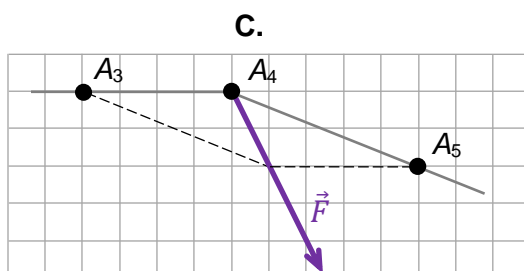
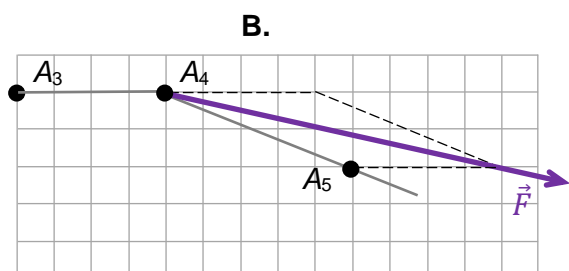
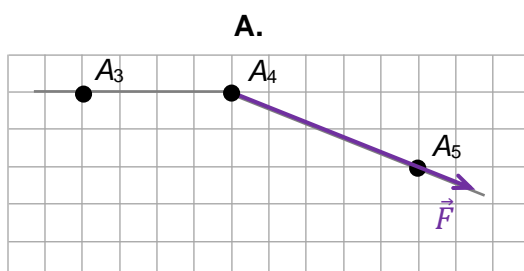
Na rysunku poniżej przedstawiono ruch ciała o masie  $m = 0,5 \text{ kg}$  w inercyjnym układzie odniesienia, we współrzędnych  $(x, y)$ . Początkowo ciało poruszało się swobodnie ruchem jednostajnym z prędkością  $\vec{v}_k$  wzdłuż prostej  $k$ . W punkcie  $A_4$  na ciało zadziałała siła  $\vec{F}$ , przy czym czas jej działania był bardzo krótki i wynosił  $\Delta\tau = 0,02 \text{ s}$ . Gdy siła przestała działać, ciało poruszało się dalej ruchem jednostajnym z prędkością  $\vec{v}_l$  wzdłuż prostej  $l$ . Na wykresie toru narysowano i oznaczono położenia ciała w pierwszym etapie ruchu ( $A_1$ – $A_4$ ) i w drugim etapie ruchu ( $A_4$ – $A_7$ ). Czas ruchu wzdłuż każdego z odcinków:  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_6A_7$  był taki sam i wynosił  $\Delta t = 1 \text{ s}$ .



Przyjmij model zjawiska, w którym zakładamy, że siła  $\vec{F}$  była stała. Na rysunkach pominięto bardzo krótki paraboliczny fragment toru, gdy na ciało działała siła  $\vec{F}$ .

## Zadanie 1.1. (0–1)

Na którym diagramie (spośród A–D) prawidłowo przedstawiono kierunek i zwrot siły  $\vec{F}$ ? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.





- 14) [...] interpretuje II zasadę dynamiki jako związek między zmianą pędu, siłą wypadkową i czasem działania tej siły wypadkowej.

### Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia siły oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (np. jak w krokach 1., 2. i 3.).
- 2 pkt – wykorzystanie drugiej zasady dynamiki wyrażonej w postaci związku między zmianą pędu i siłą oraz obliczenie wartości zmiany prędkości (np. jak w krokach 1. i 2.).
- 1 pkt – wykorzystanie drugiej zasady dynamiki wyrażonej w postaci związku między zmianą wektora pędu, czasem, w którym ta zmiana nastąpiła, a siłą – łącznie z wyrażeniem zmiany pędu jako  $m\Delta\vec{v}$  (np. jak w kroku 1.)

LUB

- wykorzystanie drugiej zasady dynamiki wyrażonej w postaci związku między masą, siłą a przyspieszeniem – łącznie z wyrażeniem wektora przyspieszenia jako zmiany wektora prędkości w czasie

LUB

- obliczenie wartości różnicy wektorów prędkości lub obliczenie wartości różnicy wektorów pędu (np. jak w kroku 2.).

*Uwaga! Obliczenie różnicy wartości wektorów prędkości lub pędów jest błędem rzeczowym.*

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

#### Komentarz (krok 1.)

Do obliczenia wartości siły wykorzystamy II zasadę dynamiki: ilorz zmiany wektora pędu ciała i czasu, w którym ta zmiana nastąpiła, jest równy sile działającej na ciało w tym czasie:

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta\tau} = \vec{F} \quad \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = m(\vec{v}_l - \vec{v}_k)$$

$$\frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta\tau} = \vec{F} \quad \xrightarrow{\text{wartość}} \quad \frac{m|\Delta\vec{v}|}{\Delta\tau} = |\vec{F}|$$

#### Komentarz (krok 2.)

Wyznamy zmianę  $\Delta\vec{v} = \vec{v}_l - \vec{v}_k$  wektora prędkości, a następnie obliczymy jej wartość.

Na podstawie położenia ciała określimy składowe  $\vec{v}_l$  i  $\vec{v}_k$  w kierunku  $x$  oraz  $y$ . Pierwsza liczba w nawiasie kwadratowym to współrzędna składowej  $x$ , a druga – współrzędna składowej  $y$ :

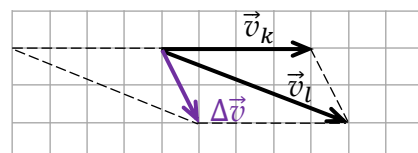
$$\vec{v}_l = \frac{\overrightarrow{A_4A_5}}{\Delta t} = \left[ 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}; -2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad \vec{v}_k = \frac{\overrightarrow{A_3A_4}}{\Delta t} = \left[ 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}; 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Odejmowanie wektorów prędkości wykonamy np. graficznie (rysunek poniżej). Niech długość boku kratki odpowiada jednostce prędkości wyrażonej w m/s. Po odjęciu wektorów obliczymy wartość różnicy prędkości:

Różnica prędkości ma współrzędne:

$$\Delta\vec{v} = \left[ 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}; -2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$\Delta v = |\Delta\vec{v}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



**Komentarz (krok 3.)**

Obliczymy wartość siły (dane i wynik w kroku 2. podstawimy do wzoru w kroku 1.).

$$|\vec{F}| = \frac{m|\Delta\vec{v}|}{\Delta\tau} \quad \rightarrow \quad |\vec{F}| \approx \frac{0,5 \text{ kg} \cdot 2,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,02 \text{ s}} \approx 56 \text{ N}$$

**Zadanie 2. Spadająca kulka**

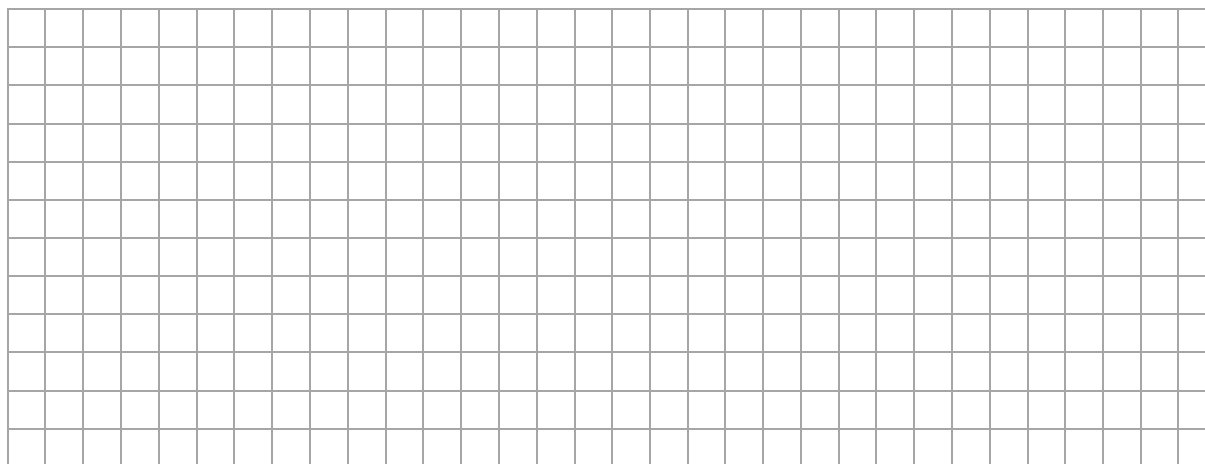
Pionowo w dół rzucono metalową kulkę o masie  $m = 0,250 \text{ kg}$ . Na wysokości  $h = 1,80 \text{ m}$  ponad podłożem, w chwili  $t_0 = 0 \text{ s}$ , kulka osiągnęła prędkość o wartości  $v_0 = 3,20 \text{ m/s}$ . Licząc od wysokości  $h$ , aż do podłoża, kulka spadała swobodnie i się nie obracała. Po upadku na twarde podłoże kulka odbiła się od niego, a czas oddziaływania (zderzenia) kulki z podłożem był równy  $\Delta t = 5,00 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ . Podczas pierwszego zderzenia z podłożem kulka straciła 25% swojej energii mechanicznej.

Do analizy zjawiska przyjmij jego uproszczony model, w którym:

- pomiń opory powietrza podczas ruchu kulki;
- załóż, że siła  $\vec{F}_R$  reakcji podłoża działająca na kulkę podczas zderzenia była stała;
- przyjmij do obliczeń wartość przyspieszenia ziemskiego równą  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

**Zadanie 2.1. (0–2)**

**Na podstawie danych przedstawionych w opisie zadania 2. oblicz czas trwania ruchu kulki od chwili  $t_0 = 0 \text{ s}$  do chwili pierwszego uderzenia w podłoże. Zapisz obliczenia.**

**Wymaganie ogólne**

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem.

II. Mechanika. Zdający:

4) opisuje ruchy prostoliniowe [...] jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu.

**Zasady oceniania**

- 2 pkt – poprawne zastosowanie i rozwiązanie równania ruchu jednostajnie przyspieszonego oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (np. jak w krokach 1. i 2.).
- 1 pkt – zapisanie równania zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym – łącznie z prawidłową identyfikacją drogi, przyspieszenia i prędkości początkowej (np. jak w kroku 1.).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Zapišemy wzór na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym z prędkością początkową. W naszym przypadku przebytą drogą jest wysokość  $h$ , a przyspieszeniem jest  $g$ .

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Do równania ruchu podstawimy dane podstawione domyślnie w jednostkach podstawowych układu SI:

$$1,8 = 3,2t + 4,905t^2 \rightarrow 4,905t^2 + 3,2t - 1,8 = 0$$

*Komentarz (krok 2.)*

Rozwiążemy równanie kwadratowe i wybierzemy dodatnie rozwiązanie:

$$\sqrt{\Delta} \approx 6,75 \rightarrow t \approx \frac{-3,2 + 6,75}{2 \cdot 4,905} \text{ s} \approx 0,36 \text{ s}$$

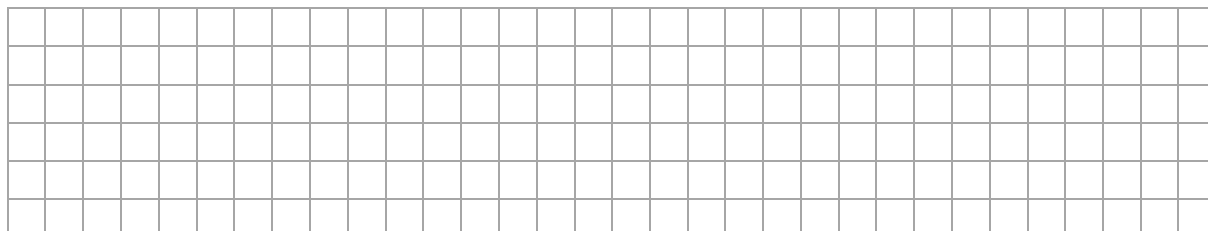
*Uwaga!*

Rozwiązanie równania kwadratowego można przedstawić na symbolach ogólnych:

$$\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t - h = 0 \rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \rightarrow t = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g} \approx 0,36 \text{ s}$$

**Zadanie 2.2. (0–2)**

**Wykaż, że wartość prędkości uzyskanej przez kulkę tuż przed pierwszym uderzeniem w podłoże wynosi  $v_1 \approx 6,75 \text{ m/s}$ .**

**Wymaganie ogólne**

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.



**Wymagania szczegółowe**

- I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
- 4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem.
- II. Mechanika. Zdający:
- 20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; wykorzystuje równość między pracą siły wypadkowej i zmianą energii kinetycznej oraz zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda wykazania podanej wartości prędkości oraz prawidłowe obliczenia (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania energii, łącznie z poprawnym użyciem wzorów na energię mechaniczną (w tym – potencjalną i kinetyczną) oraz poprawną identyfikacją wielkości we wzorze (np. jak w kroku 1.)

*LUB*

– skorzystanie z równania na prędkość i obliczonego czasu (np. jak w uwadze na końcu).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Skorzystamy – zgodnie z przyjętym modelem – z zasady zachowania energii mechanicznej. Energia mechaniczna  $E_0$  na wysokości  $h$  jest równa energii  $E_1$  tuż przed uderzeniem w ziemię:

$$E_1 = E_0 \rightarrow E_{kin0} + E_{pot0} = E_{kin1}$$

Wykorzystamy wzory na energię kinetyczną i potencjalną:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_1^2$$

*Komentarz (krok 2.)*

Przekształcimy powyższe równanie, podstawimy dane i wykonamy obliczenia:

$$v_1 = \sqrt{2gh + v_0^2} \rightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,80 \text{ m} + 3,2^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \approx 6,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

*Uwaga!*

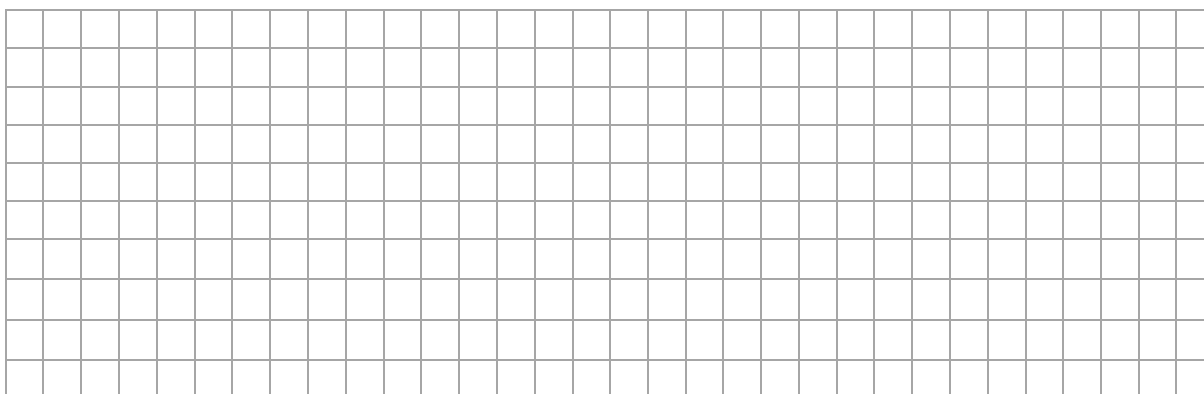
Wartość prędkości można obliczyć z równania na prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym, z wykorzystaniem obliczonego czasu:

$$v_2 = v_1 + gt \approx 3,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,36 \text{ s} \approx 6,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Zadanie 2.3. (0–3)**

**Oblicz wartość siły reakcji podłoża działającej na kulkę podczas zderzenia kulki z podłożem. Zapisz obliczenia.**

Wskazówka: możesz skorzystać z faktu, że wartość prędkości uzyskana przez kulkę tuż przed uderzeniem w podłoże wynosi  $v_1 \approx 6,75$  m/s.

**Wymaganie ogólne**

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

- 5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez liczbę, rozkładanie na składowe).

II. Mechanika. Zdający:

- 14) posługuje się pojęciem pędu i jego jednostką; interpretuje II zasadę dynamiki jako związek między zmianą pędu, siłą wypadkową i czasem działania tej siły wypadkowej;
- 20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; wykorzystuje równość między pracą siły wypadkowej i zmianą energii kinetycznej oraz zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości siły reakcji i podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (np. jak w krokach 1–3.).

2 pkt – skorzystanie z II zasady dynamiki, łącznie z prawidłowym określeniem siły wypadkowej i zmiany prędkości, oraz poprawna metoda wyznaczenia prędkości kulki po odbiciu od podłoża (np. jak w kroku 1. i kroku 2.).

1 pkt – skorzystanie z II zasady dynamiki łącznie z prawidłowym określeniem siły wypadkowej i zmiany prędkości (np. jak w kroku 1.)

LUB

– poprawna metoda wyznaczenia prędkości kulki po odbiciu od podłoża (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Siłę reakcji podłoża  $\vec{F}_R$  wyznaczmy z II zasady dynamiki, którą zapiszemy jako związek siły wypadkowej ze zmianą wektora pędu w czasie:

$$\frac{\Delta \vec{p}_{12}}{\Delta t} = \vec{F}_R + \vec{F}_g$$

Powyzsze równanie wektorowe rozpiszemy na składową wzdłuż osi pionowej. Składową wektora skierowaną do góry oznaczymy z plusem, a do dołu – z minusem.

$$\frac{m(v_2 - (-v_1))}{\Delta t} = F_R + (-F_g) \quad \rightarrow \quad \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} = F_R - F_g$$

*Komentarz (krok 2.)*

Obliczymy wartość prędkości kulki po odbiciu. Zapiszemy związek między energią mechaniczną przed odbiciem i po odbiciu kulki:

$$0,75 \cdot E_{\text{przed}} = E_{\text{po}}$$

$$0,75 \cdot \left( \frac{1}{2} m v_0^2 + mgh \right) = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{0,75 \cdot (2gh + v_0^2)}$$

$$v_2 = \sqrt{0,75 \cdot \left( 2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,80 \text{ m} + 3^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right)} \approx 5,85 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

*Komentarz (krok 3.)*

Obliczoną wartość  $v_2$  podstawimy do wzoru na siłę reakcji wyznaczonego z równań w kroku 1.

$$F_R = \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} + F_g$$

$$F_R = \frac{0,25 \text{ kg} \cdot (5,85 + 6,75) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,005 \text{ s}} + 0,25 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

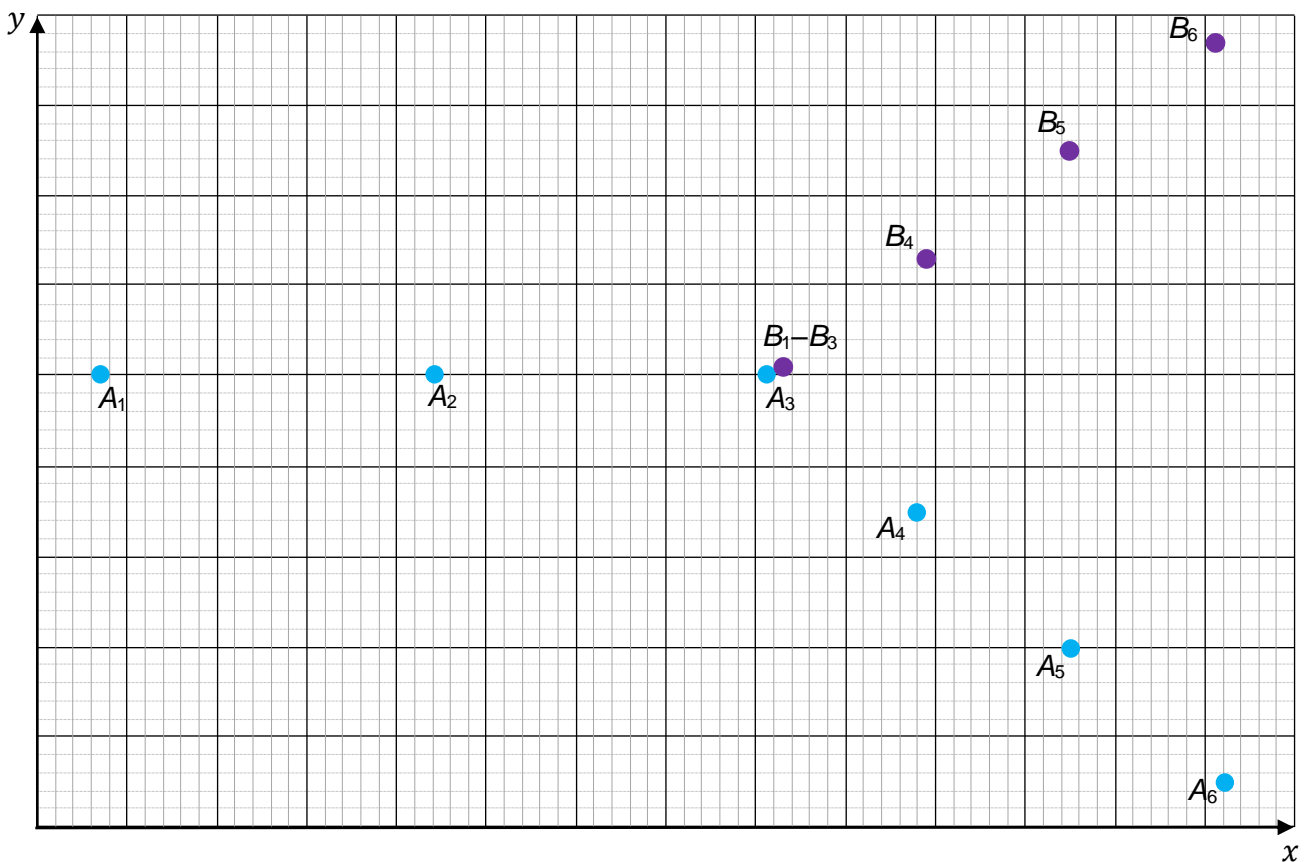
$$F_R \approx 630 \text{ N} + 2,45 \text{ N} = 632,5 \text{ N} \approx 633 \text{ N}$$

### Zadanie 3. Zderzenie ciał

Ciało A o masie 200 g poruszało się na poduszce powietrznej bez oporów ruchu i następnie zderzyło się z początkowo nieruchomym ciałem B. Po zderzeniu oba ciała dalej poruszały się bez oporów ruchu. Ruch ciał przed zderzeniem i po zderzeniu odbywał się w płaszczyźnie poziomej.

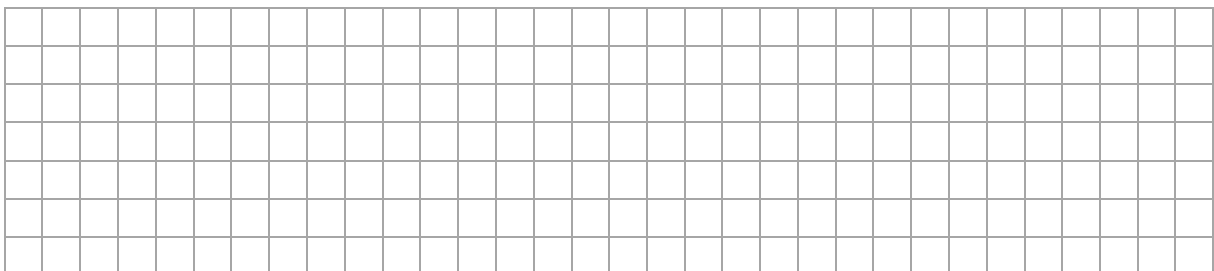
Opisany ruch fotografowano z góry, a zdjęcia nałożono na siebie i uzyskano poniższy diagram. Kolejne zdjęcia wykonywano w jednakowych odstępach czasu i oznaczono numerami 1–6. Położenia ciała A w chwilach 1–6 oznaczono  $A_1$ – $A_6$ , analogiczne położenia ciała B oznaczono  $B_1$ – $B_6$ . (Zapis na diagramie  $B_1$ – $B_3$  oznacza, że te położenia się pokrywały).

Przyjmij, że ruch przedstawiony na diagramie odbywa się w układzie inercyjnym w płaszczyźnie poziomej, na której narysowano układ współrzędnych ( $x$ ,  $y$ ).



#### Zadanie 3.1. (0–3)

Wykaż, że masa ciała B wynosi 250 g. Wykonaj niezbędne pomiary na diagramie, a następnie przeprowadź obliczenia.



**Wymaganie ogólne**

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

- 5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, [...];
- 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...].

II. Mechanika. Zdający:

- 15) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do opisu zachowania się izolowanego układu ciał.

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia masy ciała B i podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (np. jak w krokach 1–3.).

2 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania pędu całkowitego układu, łącznie z prawidłowym wyrażeniem współrzędnych prędkości ciał A i B przed zderzeniem i po zderzeniu w umownych jednostkach (np. jak w kroku 1. i kroku 2.).

1 pkt – przyrównanie pędu ciała A przed zderzeniem do wektorowej sumy pędów ciał A i B po zderzeniu (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Wykorzystamy zasadę zachowania pędu całkowitego układu: wektorowa suma pędów ciał A i B przed zderzeniem jest równa wektorowej sumie pędów ciał A i B po zderzeniu:

$$\vec{p}_{A \text{ przed}} + \vec{p}_{B \text{ przed}} = \vec{p}_{A \text{ po}} + \vec{p}_{B \text{ po}}$$

$$m_A \vec{v}_{A \text{ przed}} + \vec{0} = m_A \vec{v}_{A \text{ po}} + m_B \vec{v}_{B \text{ po}}$$

To oznacza, że pęd całkowity jest zachowany w kierunku  $x$  oraz w kierunku  $y$ , z czego dalej skorzystamy.

*Komentarz (krok 2.)*

Ustalimy współrzędne prędkości ciał A i B wyrażone w jednostkach umownych (ju). Za jednostkę długości przyjmijmy bok najmniejszej kratki na diagramie, a za jednostkę czasu – czas upływający między kolejnymi zdjęciami. Skorzystamy z wygodnego sposobu zapisu składowych wektora we współrzędnych (pierwsza w nawiasie kwadratowym to współrzędna składowej  $x$ , druga – współrzędna składowej  $y$ ):

$$\vec{v}_{A \text{ przed}} = [v_{Ax \text{ przed}}; v_{Ay \text{ przed}}] = [18,5 \text{ ju}; 0 \text{ ju}]$$

$$\vec{v}_{A \text{ po}} = [v_{Ax \text{ po}}; v_{Ay \text{ po}}] = [8,5 \text{ ju}; -7,5 \text{ ju}]$$

$$\vec{v}_{B \text{ po}} = [v_{Bx \text{ po}}; v_{By \text{ po}}] = [8 \text{ ju}; 6 \text{ ju}]$$



1 pkt – zastosowanie metody polegającej na sprawdzeniu, czy całkowita energia kinetyczna zostanie zachowana przy zderzeniu, czy też nie

*LUB*

– powołanie się (wystarczy opis słowny) na własność zderzenia sprężystego łącznie z identyfikacją energii mechanicznej układu jako energii kinetycznej układu (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

#### *Komentarz (krok 1.)*

Powołamy się na własność zderzenia sprężystego.

W zderzeniu sprężystym całkowita energia mechaniczna układu po zderzeniu byłaby równa całkowitej energii mechanicznej układu przed zderzeniem. W zderzeniu, które nie jest sprężyste, całkowita energia mechaniczna układu po zderzeniu będzie mniejsza od energii przed zderzeniem. Ponieważ ruch odbywa się w płaszczyźnie poziomej, a ciała poza zderzeniem nie oddziałują, to całkowita energia mechaniczna układu jest energią kinetyczną układu.

#### *Komentarz (krok 2.)*

Zapiszemy wyrażenia na energię mechaniczną układu:

$$E_{przed} = \frac{1}{2} m_A v_{A\text{ przed}}^2 \quad E_{po} = \frac{1}{2} m_A v_{A\text{ po}}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B\text{ po}}^2$$

Do obliczenia kwadratów wartości prędkości musimy ustalić współrzędne prędkości wyrażone w jednostkach umownych ju. Za jednostkę długości przyjmijmy bok kratki na diagramie, a za jednostkę czasu – czas upływający między kolejnymi zdjęciami:

$$\vec{v}_{A\text{ przed}} = [v_{Ax\text{ przed}}; v_{Ay\text{ przed}}] = [18,5 \text{ ju}; 0 \text{ ju}]$$

$$\vec{v}_{A\text{ po}} = [v_{Ax\text{ po}}; v_{Ay\text{ po}}] = [8,5 \text{ ju}; -7,5 \text{ ju}]$$

$$\vec{v}_{B\text{ po}} = [v_{Bx\text{ po}}; v_{By\text{ po}}] = [8 \text{ ju}; 6 \text{ ju}]$$

#### *Komentarz (krok 3.)*

W celu zbadania, czy energia mechaniczna układu jest zachowana, obliczymy iloraz energii po zderzeniu i przed zderzeniem (tak uniezależnimy wynik od jednostek, ponadto gdyby zderzenie miało być sprężyste, ten iloraz byłby równy 1):

$$\frac{E_{po}}{E_{przed}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot (8,5^2 + 7,5^2) \text{ kg}\cdot\text{ju}^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot (8^2 + 6^2) \text{ kg}\cdot\text{ju}^2}{\frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 18,5^2 \text{ kg}\cdot\text{ju}^2} = 0,74$$

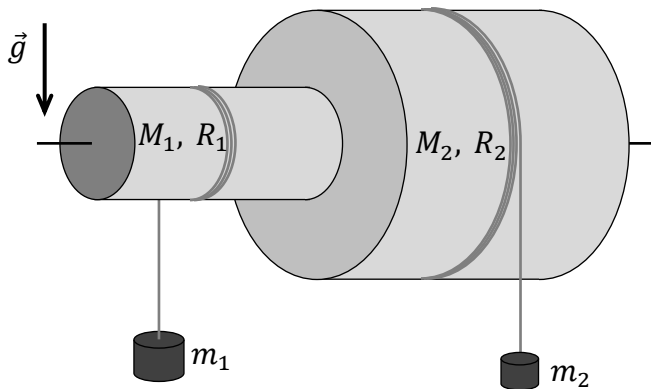
W wyniku zderzenia ciało straciło 26% energii mechanicznej. Taka rozbieżność nie może wynikać z niedokładności pomiarów z diagramu, zatem zderzenie nie było sprężyste.

### Zadanie 4. Kołowrót

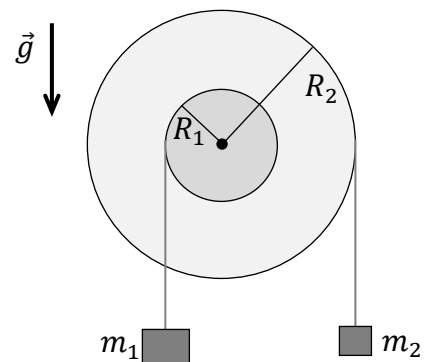
Dwa jednorodne walce połączone na sztywno tak, że tworzą one bryłę obrotową (zobacz rysunek 1. i rysunek 2.). Może się ona obracać wokół nieruchomej poziomej osi, która pokrywa się z jej osią symetrii. Na walec o promieniu  $R_1 = 5$  cm i masie  $M_1 = 3$  kg nawinięto sznurek, do którego końca przymocowano ciężarek o masie  $m_1 = 2$  kg. Na walec o promieniu  $R_2 = 12$  cm i masie  $M_2 = 8$  kg nawinięto sznurek, do którego końca przymocowano ciężarek o masie  $m_2 = 1$  kg. Początki obu nierozciągliwych sznurków są przytwierdzone – odpowiednio – do każdego z walców, a kierunki ich nawinięcia na oba walce są przeciwne. Sznurki nawinięto prostopadłe do osi walców tak, że nie zostawiono luzów. Podczas ruchu obrotowego bryły sznurki mogą nawijać się i odwijać. Układ znajduje się w ziemskim polu grawitacyjnym, przyspieszenie ziemskie wynosi  $\vec{g}$ . W chwili początkowej układ jest nieruchomy.

Opisany układ odblokowano: umożliwiono połączonym walcom obracanie się wokół nieruchomej, poziomej osi. Pomiń opory ruchu oraz masę i grubość sznurków. Moment bezwładności jednorodnego walca o masie  $M$  i promieniu  $R$  jest równy  $\frac{1}{2}MR^2$ .

Rysunek 1.

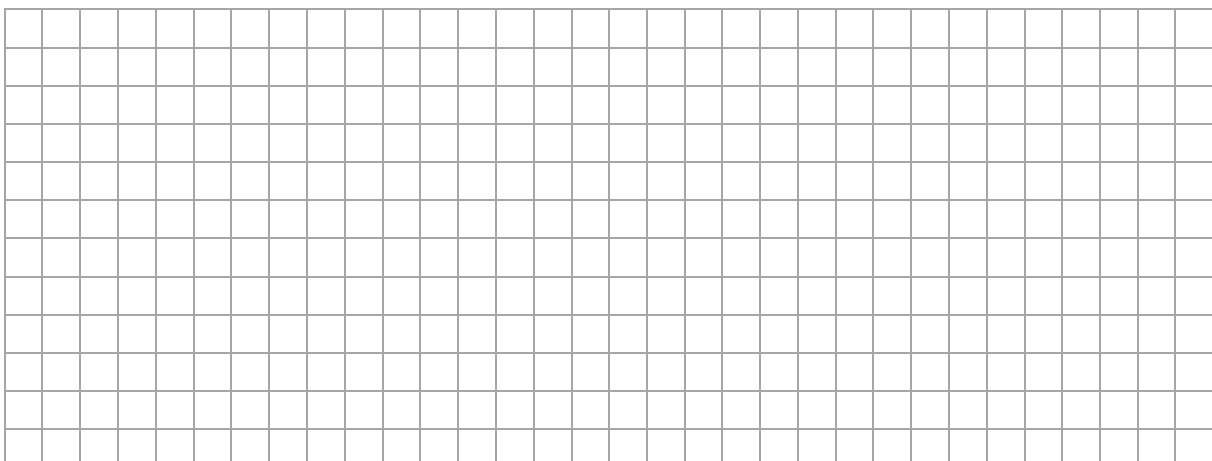


Rysunek 2. (widok z boku)



#### Zadanie 4.1. (0–1)

Ustal i zapisz, czy ciężarek o masie  $m_1$  zacznie opadać czy się wznosić. Uzasadnij swoje stwierdzenie. W uzasadnieniu powołaj się na odpowiednie prawa lub zależności fizyczne i wykonaj niezbędne obliczenia.







### Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

### Wymagania szczegółowe

II. Mechanika. Zdający:

- 9) stosuje do obliczeń związku między promieniem okręgu, prędkością kątową, prędkością liniową [...];
- 11) opisuje ruch niejednostajny po okręgu.

III. Mechanika bryły sztywnej. Zdający:

- 3) stosuje warunki statyki bryły sztywnej; posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką;
- 4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kąowego oraz momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami.

### Zasady oceniania

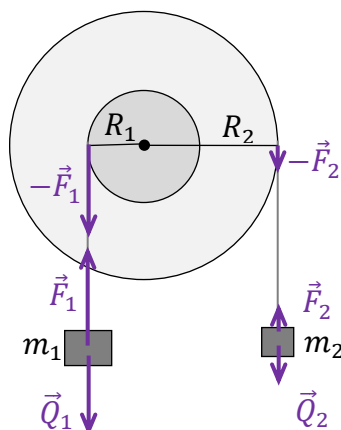
- 4 pkt – poprawna metoda obliczenia przyspieszenia  $a_1$  oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (np. jak w krokach 1.–4.).
- 3 pkt – poprawne rozwiązanie układu równań, z którego można wyznaczyć przyspieszenie kątowe na podstawie danych w zadaniu ( np. jak w kroku 3.).
- 2 pkt – poprawne zapisanie trzech równań ruchu, łącznie z uwzględnieniem związków między przyspieszeniami liniowymi a przyspieszeniem kątowym, oraz zapisanie wzoru na moment bezwładności bryły (np. jak w krokach 1. i 2.).
- 1 pkt – poprawne zapisanie trzech równań ruchu wyrażających drugą zasadę dynamiki: równania ruchu obrotowego bryły, równania ruchu postępowego ciężarka o masie  $m_1$  oraz równania ruchu postępowego ciężarka o masie  $m_1$  – łącznie z odróżnieniem przyspieszeń liniowych obu ciężarków (np. jak w kroku 1.).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

#### Komentarz (krok 1.)

Na walec oraz ciężarki działają sznurki siłami o wartościach  $F_1$  i  $F_2$ . Na rysunku poniżej przedstawiono siły działające w układzie. Zgodnie z nim zapiszemy równania ruchu ciężarków oraz walca. Uwzględnimy fakt, że ciężarek  $m_2$  opada oraz fakt, że oba ciężarki mają przeciwne przyspieszenia:

$$\begin{cases} I\epsilon = R_2 F_2 - R_1 F_1 \\ m_2 a_2 = Q_2 - F_2 \\ m_1 a_1 = F_1 - Q_1 \end{cases}$$



**Komentarz (krok 2.)**

Uwzględnimy związki między przyspieszeniem kątowym bryły połączonych walców a przyspieszeniami liniowymi ciężarków. Ponadto zapiszemy moment bezwładności  $I$  kołowrotu jako sumę momentów bezwładności obu walców:

$$\begin{cases} a_1 = \epsilon R_1 \\ a_2 = \epsilon R_2 \end{cases}$$

$$I = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 + \frac{1}{2} M_2 R_2^2 \quad \rightarrow \quad I \approx 0,0614 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

**Komentarz (krok 3.)**

Z powyższych równań wyznaczmy przyspieszenie  $\epsilon$  kątowne bryły obrotowej:

$$\begin{cases} I\epsilon = R_2 F_2 - R_1 F_1 \\ m_2 \epsilon R_2 = Q_2 - F_2 \\ m_1 \epsilon R_1 = F_1 - Q_1 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} I\epsilon = R_2 F_2 - R_1 F_1 \\ F_2 = Q_2 - m_2 \epsilon R_2 \\ F_1 = Q_1 + m_1 \epsilon R_1 \end{cases} \quad \rightarrow$$

$$I\epsilon = R_2(Q_2 - m_2 \epsilon R_2) - R_1(Q_1 + m_1 \epsilon R_1)$$

$$I\epsilon = R_2 m_2 g - m_2 \epsilon R_2^2 - R_1 m_1 g - m_1 \epsilon R_1^2$$

$$\epsilon = \frac{g(R_2 m_2 - R_1 m_1)}{I + m_2 R_2^2 + m_1 R_1^2}$$

**Komentarz (krok 4.)**

Obliczamy  $a_1$ :

$$a_1 = \epsilon R_1 = \frac{g R_1 (R_2 m_2 - R_1 m_1)}{I + m_2 R_2^2 + m_1 R_1^2}$$

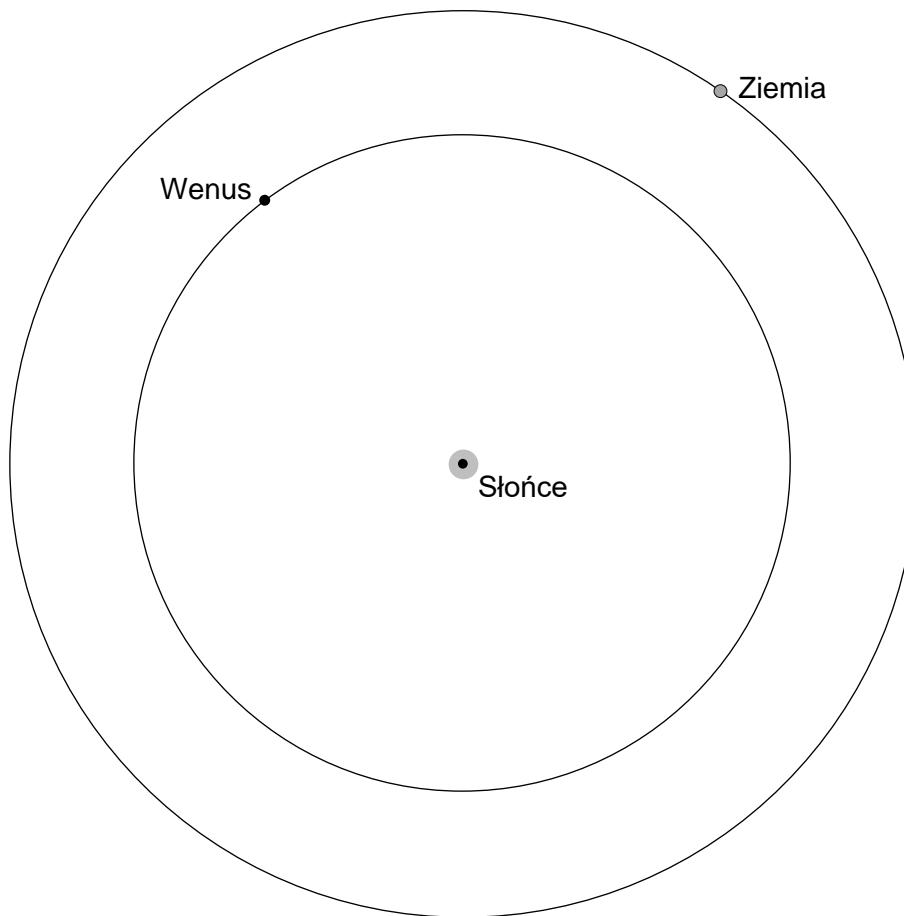
$$a_1 \approx \frac{9,81 \cdot 0,05 \cdot (0,12 \cdot 1 - 0,05 \cdot 2)}{0,0614 + 0,12^2 \cdot 1 + 0,05^2 \cdot 2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0,12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

## GRAWITACJA I ELEMENTY ASTRONOMII

Zadanie 5. Wenus i Ziemia 

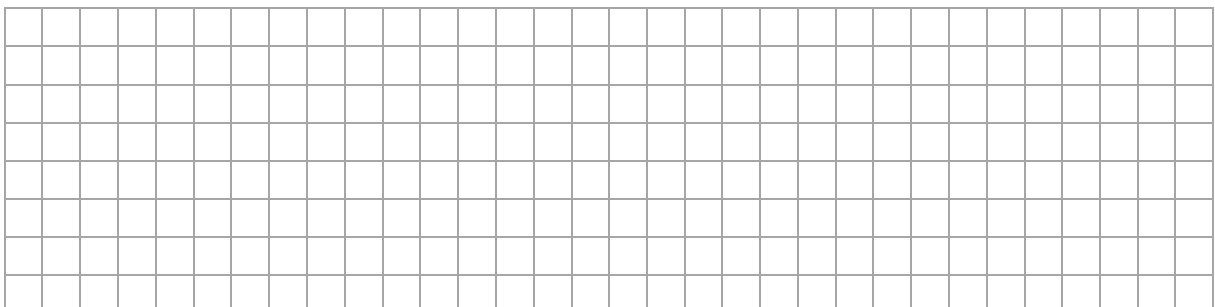
Wenus i Ziemia obiegają Słońce po orbitach, które z dobrym przybliżeniem możemy uznać za kołowe. Na poniższym rysunku przedstawiono położenie względne orbit obu planet z zachowaniem skali pomiędzy rozmiarami tych orbit. Przyjmij do obliczeń, że okres obiegu Ziemi dookoła Słońca wynosi  $T_Z = 1$  rok, a każda z planet oddziałuje tylko ze Słońcem.

Niektóre dane liczbowe są zawarte w proporcjach geometrycznych na rysunku. W celu rozwiązania zadań 5.1.–5.3. wykonaj odpowiednie pomiary linijką – z dokładnością do 1 mm.



## Zadanie 5.1. (0–2)

Oblicz okres obiegu Wenus dookoła Słońca. Wynik podaj w latach ziemskich, zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących. Zapisz obliczenia.



**Wymaganie ogólne**

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

- 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...];  
15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących.

IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:

- 5) interpretuje III prawo Keplera jako konsekwencję prawa powszechnego ciężenia; stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych i eliptycznych.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia okresu orbitalnego Wenus oraz prawidłowy wynik liczbowy podany w latach ziemskich mieszczący się w zakresie  $0,60 \text{ roku} < T_W < 0,64 \text{ roku}$ .

1 pkt – zapisanie równania III prawa Keplera oraz wykonanie prawidłowych pomiarów linijką, pozwalających na określenie stosunku promieni orbity Wenus i Ziemi (lub odwrotnie) w zakresie  $0,71 < \frac{r_W}{r_Z} < 0,74$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz*

Promień orbity okołosłonecznej Ziemi i Wenus oznaczmy odpowiednio  $r_Z$  oraz  $r_W$ . Zastosujemy III prawo Keplera:

$$\frac{T_Z^2}{r_Z^3} = \frac{T_W^2}{r_W^3} \quad \rightarrow \quad T_W = \sqrt{\left(\frac{r_W}{r_Z}\right)^3} \cdot T_Z \quad \rightarrow \quad T_W = \sqrt{\left(\frac{r_W}{r_Z}\right)^3} \cdot 1 \text{ rok}$$

*Komentarz*

Do obliczenia okresu orbitalnego Wenus potrzebujemy znać iloraz promieni orbitalnych. Ponieważ rysunek wykonany jest z zachowaniem skali pomiędzy rozmiarami orbit, to stosunki promieni orbit w rzeczywistości i na rysunku są w przybliżeniu równe (i takie jak stosunki średnic). Wyniki pomiaru linijką średnic okręgów odczytamy z dokładnością do 1 mm.

$$\frac{r_W}{r_Z} \approx \frac{r_{Wr_{rys}}}{r_{Zr_{rys}}} \quad d_{Wr_{rys}} \approx 8,7 \text{ cm} \quad d_{Zr_{rys}} \approx 12 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \frac{r_W}{r_Z} \approx \frac{4,35 \text{ cm}}{6,0 \text{ cm}} \approx 0,725$$

Wykonujemy obliczenia:

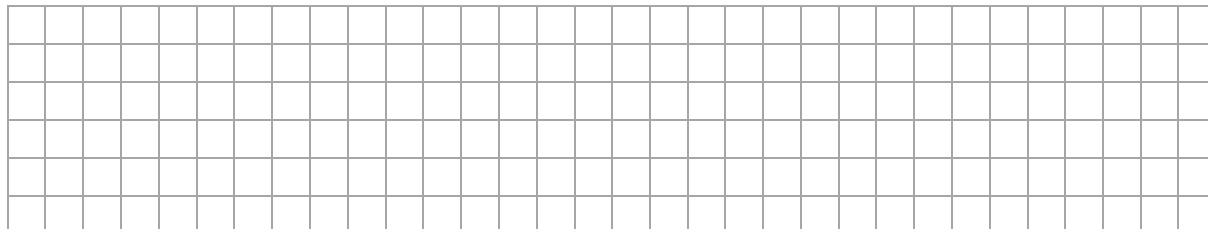
$$T_W \approx \sqrt{\left(\frac{4,35}{6,0}\right)^3} \cdot 1 \text{ rok} \approx 0,617 \text{ roku} \approx 0,62 \text{ roku}$$

**Zadanie 5.2. (0–2)**

Wartość prędkości liniowej Ziemi w ruchu orbitalnym względem Słońca wynosi ok. 30 km/s.

**Oblicz wartość prędkości liniowej Wenus w ruchu orbitalnym względem Słońca.**

**Zapisz obliczenia.**

**Wymaganie ogólne**

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

- 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...];
- 15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących.

IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:

- 4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu; omawia ruch satelitów wokół Ziemi.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości Wenus oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką mieszczący się w zakresie  $34 \text{ km/s} < v_{orW} < 36 \text{ km/s}$ .

1 pkt – zapisanie siły grawitacji jako siły dośrodkowej (albo wykorzystanie wzoru na prędkość orbitalną) oraz wykorzystanie prawidłowych pomiarów linijką, pozwalających na określenie stosunku promieni orbity Wenus i Ziemi

LUB

– zapisanie zależności:  $\frac{v_{orW}}{v_{orZ}} = \sqrt{\frac{r_Z}{r_W}}$  albo  $\left( \frac{v_{orW}}{v_{orZ}} = \frac{r_W}{r_Z} \cdot \frac{T_Z}{T_W} \right)$  oraz  $\frac{T_Z^2}{r_Z^3} = \frac{T_W^2}{r_W^3}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

*Komentarz* Wyprowadzimy wzór na prędkość orbitalną. Siła grawitacji działająca na planetę (poruszającą się po orbicie o promieniu  $r$ ) od Słońca pełni funkcję siły dośrodkowej, a zatem:

$$\frac{mv_{or}^2}{r} = \frac{GM_S m}{r^2} \quad \rightarrow \quad v_{or} = \sqrt{\frac{GM_S}{r}} \quad \rightarrow \quad \frac{v_{orW}}{v_{orZ}} = \sqrt{\frac{r_Z}{r_W}}$$

Skoro na rysunku zachowano skalę rozmiarów orbit, otrzymujemy:

$$\frac{r_Z}{r_W} \approx \frac{r_{Zrys}}{r_{Wrys}} \quad \rightarrow \quad \frac{v_{orW}}{30 \frac{\text{km}}{\text{s}}} \approx \sqrt{\frac{6,0}{4,35}} \quad \rightarrow \quad v_{orW} \approx 35 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$



## Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

### Wymagania szczegółowe

- I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
- 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach;
  - 19) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.
- IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
- 3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych i siły grawitacji planet na ruch ich księżyców.

### Zasady oceniania

- 2 pkt – poprawne wpisanie odpowiedzi oraz poprawne jej uzasadnienie odwołujące się do relacji między wielkościami wynikającymi z II zasady dynamiki lub prawa pól Keplera, lub zasady zachowania momentu pędu, lub zasady zachowania energii.
- 1 pkt – poprawne wpisanie odpowiedzi oraz brak uzasadniania albo uzasadnienie niepełne.
- 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Przykładowe pełne rozwiązania

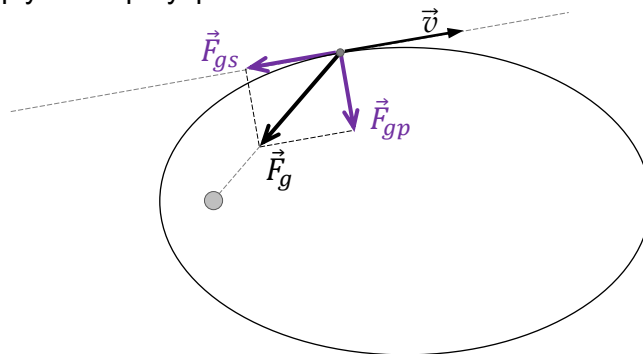
Ruch po orbicie eliptycznej prawidłowo zilustrowano rysunkiem nr 1.

Uzasadnienie:

Sposób 1. (Zastosowanie drugiej zasady dynamiki)

#### Komentarz

Porównamy zwroty wektorów:  $\vec{v}$  – prędkości ciała i  $\vec{F}_{gs}$  – stycznej składowej siły grawitacji, gdy ciało oddala się od masy  $M$  (zobacz rysunek). Składowa grawitacji prostopadła do składowej stycznej, nie wpływa na przyspieszenie wzdłuż toru.



Zauważmy, że poza punktami na orbicie leżącymi najbliżej i najdalej od gwiazdy (perycentrum i apocentrum) siła grawitacji  $\vec{F}_g$  działająca na ciało o masie  $m$  ma składową  $\vec{F}_{gs}$  styczną do elipsy oraz składową  $\vec{F}_{gp}$  prostopadłą do stycznej. Gdy ciało oddala się od masy  $M$ , to  $\vec{F}_{gs}$  ma przeciwny zwrot do wektora  $\vec{v}$  prędkości ciała poruszającego się po orbicie eliptycznej.

Wykorzystamy drugą zasadę dynamiki.



Zgodnie z drugą zasadą dynamiki, w takiej sytuacji ciało ma przyśpieszenie (opóźnienie) w kierunku stycznym przeciwnie do zwrotu prędkości. Zatem wartość prędkości od perycentrum do apocentrum maleje (położenia ciała na rysunku 1. są coraz gęściej).

Analogicznie opiszemy sytuację, gdy ciało zbliża się do masy  $M$ .

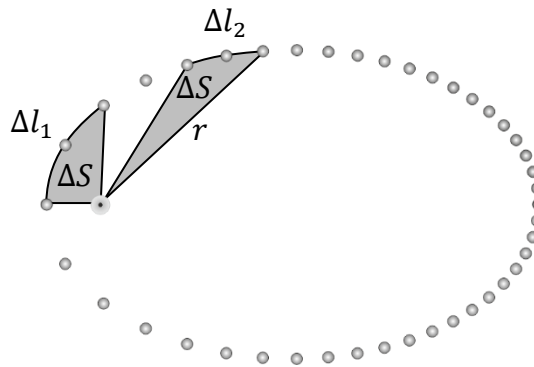
Gdy ciało porusza się od apocentrum do perycentrum (czyli zbliża do  $M$ ), to styczna do elipsy składowa siły grawitacji ma ten sam zwrot co wektor prędkości ciała – a zatem prędkość ciała rośnie (położenia ciała na rysunku 1. są coraz rzadziej).

### Sposób 2. (Zastosowanie prawa pól Keplera)

#### Komentarz

Zastosujemy II prawo Keplera (prawo pól).

Zgodnie z II prawem Keplera promień wodzący  $r$ , łączący ciało ze środkiem masy centralnej  $M$ , zakreśla w jednakowych odstępach czasu  $\Delta t$  powierzchnie o równych polach  $\Delta S$  (zobacz rysunek poniżej).



Gdy  $r$  rośnie, to z równości pól wynika, że ciało zakreśla wzdłuż orbity eliptycznej w jednakowych odstępach czasu coraz mniejsze łuki:  $\Delta l_1 > \Delta l_2$ . Jeśli więc droga przebyta w jednakowych odstępach czasu maleje, to znaczy, że wartość prędkości ciała maleje.

Analogicznie można udowodnić, że wartość prędkości rośnie, gdy  $r$  maleje.

### Sposób 3. (Zastosowanie zasady zachowania energii)

#### Komentarz

Wykorzystamy zasadę zachowania energii mechanicznej w ruchu ciała jedynie pod wpływem siły grawitacji. W tym celu przeanalizujemy wzór na energię mechaniczną:

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{GMm}{r}\right) = \text{const}$$

Gdy ciało oddala się od centrum grawitacyjnego (masy  $M$ ), to energia potencjalna rośnie (rośnie w zakresie wartości ujemnych). Ponieważ energia mechaniczna musi być zachowana, to przy wzroście energii potencjalnej maleje energia kinetyczna. To z kolei oznacza, że maleje wartość prędkości ciała. Analogicznie dowodzimy wzrostu prędkości, gdy ciało zbliża się do masy  $M$ .



**Wymagania ogólne**

- IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.
- II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

- I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
- 15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących;
  - 17) przedstawia własnymi słowami główne tezy tekstu popularnonaukowego z dziedziny fizyki lub astronomii;
  - 19) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.
- III. Mechanika bryły sztywnej. Zdający:
- 6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego [...];
  - 7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu.
- IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
- 6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.

**Zasady oceniania**

- 3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia mimośrod oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących (np. jak w krokach 1.–3.).
- 2 pkt – poprawne wyrażenie wzoru na mimośród za pomocą prędkości (np. jak w krokach 1. i 2.).
- 1 pkt – zapisanie równania zasady zachowania momentu pędu łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości z danymi (np. jak w pierwszym wzorze w kroku 2.).
- LUB*
- częściowe wyprowadzenie wzoru na mimośród, tzn. zapisanie go za pomocą odległości (np. jak w kroku 1.).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Zapiszemy wzór na mimośród. Skorzystamy z dwóch ostatnich informacji w zadaniu. Wynik wyrazimy za pomocą stosunku odległości:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{r_A - r_P}{2}}{\frac{r_A + r_P}{2}} = \frac{r_A - r_P}{r_A + r_P} = \frac{1 - \frac{r_P}{r_A}}{1 + \frac{r_P}{r_A}}$$

*Komentarz (krok 2.)*

Powyższy wzór wyrazimy za pomocą prędkości. Skorzystamy z zasady zachowania momentu pędu punktu materialnego poruszającego się pod działaniem siły centralnej. Przyrównamy momenty pędu w perihelium i aphelium:  $L_P = L_A$ , zatem:

$$mv_P r_P = mv_A r_A \quad \rightarrow \quad \frac{r_P}{r_A} = \frac{v_A}{v_P}$$

Wyrazimy wzór na mimośród za pomocą stosunku prędkości:

$$e = \frac{1 - \frac{r_P}{r_A}}{1 + \frac{r_P}{r_A}} = \frac{1 - \frac{v_A}{v_P}}{1 + \frac{v_A}{v_P}}$$

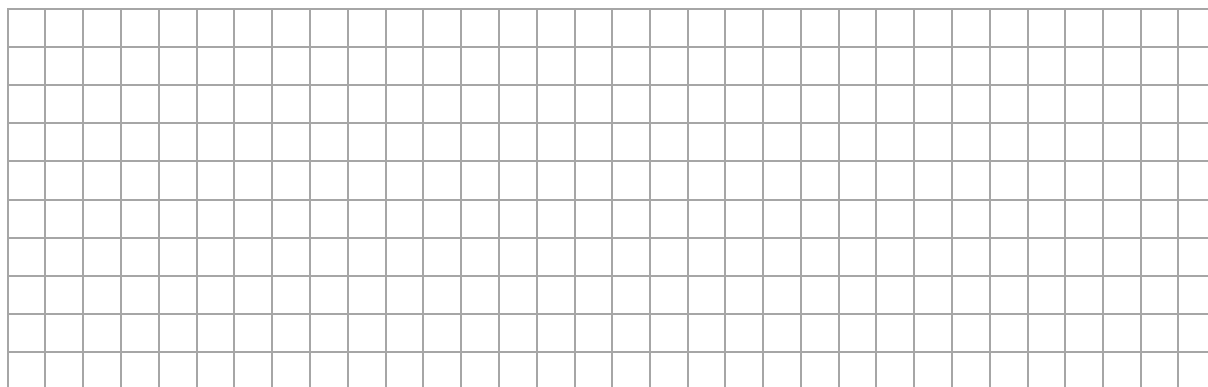
*Komentarz (krok 3.)*

Obliczymy mimośród orbity:

$$e = \frac{1 - \frac{2,25}{5,81}}{1 + \frac{2,25}{5,81}} \approx \frac{1 - 0,387}{1 + 0,387} \approx 0,44$$

### Zadanie 7.2. (0–2)

**Oblicz długość półosi wielkiej  $a$  orbity eliptycznej Eris. Wykorzystaj informację o III prawie Keplera dla orbity eliptycznej. Wynik podaj w jednostkach astronomicznych zaokrąglony do trzech cyfr znaczących. Zapisz obliczenia.**



### **Wymagania ogólne**

- IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.
- II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

### **Wymagania szczegółowe**

- I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
- 15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących;
  - 17) przedstawia własnymi słowami główne tezy tekstu popularnonaukowego z dziedziny fizyki lub astronomii;
  - 19) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.
- IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
- 5) interpretuje III prawo Keplera jako konsekwencję prawa powszechnego ciężenia; stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych i eliptycznych.

**Zasady oceniania**

- 2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia półosi wielkiej oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką i zaokrąglonego do trzech cyfr znaczących.
- 1 pkt – zapisanie równania wynikającego z III prawa Keplera łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości z danymi – dla planety Eris i dla Ziemi.
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz*

Zastosujemy III prawo Keplera dla orbity eliptycznej Eris i dla orbity kołowej Ziemi. Półoś wielką orbity Eris oznaczmy  $a_E$ , a promień orbity Ziemi oznaczmy  $a_Z$ . Analogicznie oznaczmy okresy obiegu planet dookoła Słońca. Zapiszemy równanie III prawa Keplera:

$$\frac{T_E^2}{a_E^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3}$$

Skorzystamy ze znanych parametrów ruchu Ziemi po orbicie kołowej dookoła Słońca:

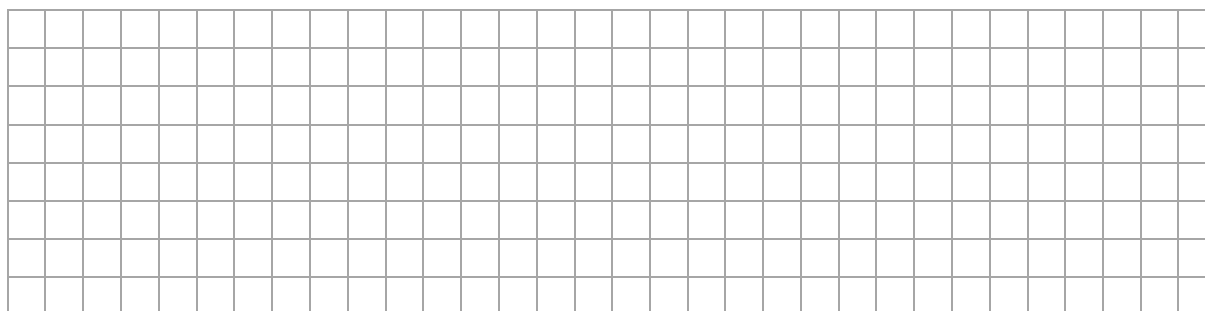
$$T_Z = 1 \text{ rok} \quad a_Z = 1 \text{ au}$$

$$\frac{557^2 \text{ lat}^2}{a_E^3} = \frac{1^2 \text{ rok}^2}{1^3 \text{ au}^3} \quad \rightarrow \quad a_E \approx 67,7 \text{ au}$$

**Zadanie 7.3. (0–3)**

**Wyprowadź poniższe wzory, pozwalające wyznaczyć wartości prędkości planety w punktach perihelium i aphelium za pomocą parametrów orbity eliptycznej, masy Słońca  $M$  i stałej grawitacji  $G$ :**

$$v_p = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_p}} \quad v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_p}{r_A}}$$

**Wymagania ogólne**

- IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.
- V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

### Wymagania szczegółowe

- I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
- 17) przedstawia własnymi słowami główne tezy tekstu popularnonaukowego z dziedziny fizyki lub astronomii;
  - 19) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.
- III. Mechanika bryły sztywnej. Zdający:
- 7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu.
- IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:
- 7) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i stosuje zasadę zachowania energii do ruchu pod wpływem siły grawitacji; [...].

### Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzorów i prawidłowa postać wzorów na prędkość planety w peryhelium i aphelium (np. jak w krokach 1.–3.).
- 2 pkt – zapisanie zasad zachowania z prawidłowym użyciem wzorów na energie kinetyczne, potencjalne, momenty pędu, łącznie z prawidłowym oznaczeniem wielkości (np. jak w krokach 1. i 2.).
- 1 pkt – skorzystanie z zasady zachowania momentu pędu i zasady zachowania energii mechanicznej w ruchu orbitalnym planety (np. jak w kroku 1.).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

#### *Komentarz (krok 1.)*

Wykorzystamy zasadę zachowania momentu pędu oraz zasadę zachowania energii mechanicznej. Moment pędu  $\vec{L}$  planety względem centrum grawitacyjnego nie zmienia się podczas jej ruchu orbitalnego, ponieważ siła grawitacji jest siłą centralną. Energia mechaniczna  $E$  planety jest stała podczas jej ruchu orbitalnego, ponieważ siła grawitacji jest siłą zachowawczą. Przyrównamy obie wielkości do siebie w punkcie peryhelium  $P$  i punkcie aphelium  $A$ :

$$\begin{cases} L_P = L_A \\ E_P = E_A \end{cases}$$

#### *Komentarz (krok 2.)*

Wykorzystamy wzory na moment pędu oraz energię mechaniczną w punktach  $P$  i  $A$ :

$$\begin{cases} mv_P r_P = mv_A r_A \\ \frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{GMm}{r_P} = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GMm}{r_A} \end{cases}$$

#### *Komentarz (krok 3.)*

Z powyższego układu równań wyznaczmy prędkości w funkcji parametrów orbity i masy Słońca:

$$\begin{cases} v_P = v_A \frac{r_A}{r_P} \\ \frac{1}{2} v_P^2 - \frac{GM}{r_P} = \frac{1}{2} v_A^2 - \frac{GM}{r_A} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \left( v_A \cdot \frac{r_A}{r_P} \right)^2 - \frac{1}{2} v_A^2 = \frac{GM}{r_P} - \frac{GM}{r_A}$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 \left( \frac{r_A^2}{r_P^2} - 1 \right) = GM \left( \frac{1}{r_P} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 \left( \frac{r_A^2 - r_P^2}{r_P^2} \right) = GM \left( \frac{r_A - r_P}{r_A r_P} \right)$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 \frac{(r_A - r_P)(r_A + r_P)}{r_P} = GM \left( \frac{r_A - r_P}{r_A} \right)$$

$$v_A^2 \frac{(r_A + r_P)}{2r_P} = \frac{GM}{r_A} \quad \xrightarrow{a = \frac{r_A + r_P}{2}} \quad v_A^2 \frac{a}{r_P} = \frac{GM}{r_A}$$

$$v_A^2 = \frac{GM r_P}{a r_A} \quad \rightarrow \quad v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_P}{r_A}}$$

$$v_P = v_A \cdot \frac{r_A}{r_P} \quad \rightarrow \quad v_P = \sqrt{\frac{GM r_P}{a r_A} \cdot \frac{r_A}{r_P}} \quad \rightarrow \quad v_P = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_P}}$$

### Spostrzeżenie

Zauważmy, że gdy orbita eliptyczna zbliża się kształtem do okręgu, to wtedy wszystkie trzy długości:  $a$ ,  $r_P$ ,  $r_A$  stają się równe promieniowi  $r$  okręgu, a wyprowadzone wzory na prędkości w perycentrum i apocentrum przechodzą we wzór na prędkość orbitalną (zob. wyprowadzenie tego wzoru w zadaniu 5.2.):

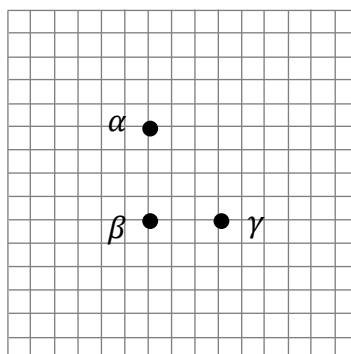
$$v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_P}{r_A}} \quad \xrightarrow{r_A \rightarrow r \quad r_P \rightarrow r \quad a \rightarrow r} \quad v_{or} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v_P = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_P}} \quad \xrightarrow{r_A \rightarrow r \quad r_P \rightarrow r \quad a \rightarrow r} \quad v_{or} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

### Zadanie 8. Rozszerzanie się Wszechświata

Na poniższym rysunku przedstawiono położenie względem siebie trzech galaktyk  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Odległości między tymi galaktykami są rzędu dziesiątek milionów lat świetlnych.

Na płaszczyźnie rysunku naniesiono siatkę ukazującą stosunki odległości między galaktykami. Długość boku kratki odpowiada umownej jednostce odległości. Przyjmij, że prędkości względne tych galaktyk wynikają jedynie z rozszerzania się Wszechświata.



#### Zadanie 8.1. (0–2)

Wartość prędkości względnej galaktyk  $\alpha$  i  $\beta$  oznaczmy jako  $v_{\alpha\beta}$ .

Wartość prędkości względnej galaktyk  $\beta$  i  $\gamma$  oznaczmy jako  $v_{\beta\gamma}$ .

**Oblicz iloraz  $\frac{v_{\alpha\beta}}{v_{\beta\gamma}}$ . Zapisz obliczenia.**


#### Wymaganie ogólne

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

#### Wymagania szczegółowe

IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:

9) [...] posługuje się pojęciami jednostki astronomicznej, roku świetlnego;

10) [...] opisuje rozszerzanie się Wszechświata (ucieczkę galaktyk); stosuje do obliczeń prawo Hubble'a jako proporcjonalność prostą między odległością względną dalekich galaktyk a ich prędkością względną.

#### Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zastosowanie prawa Hubble'a do wyrażenia prędkości względnych, prawidłowa identyfikacja wielkości z danymi oraz prawidłowy wynik liczbowy.

1 pkt – poprawne zastosowanie prawa Hubble'a.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.



**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz*

Zastosujemy prawo Hubble'a – prędkość względna  $v$  między oddalającymi się galaktykami (związana z rozszerzaniem się Wszechświata) jest proporcjonalna do odległości  $d$  między nimi:

$$v = Hd$$

Wielkość  $H$  jest stałą Hubble'a. Zatem iloraz prędkości względnych będzie równy stosunkowi odległości między galaktykami wyrażonymi w umownych jednostkach odległości:

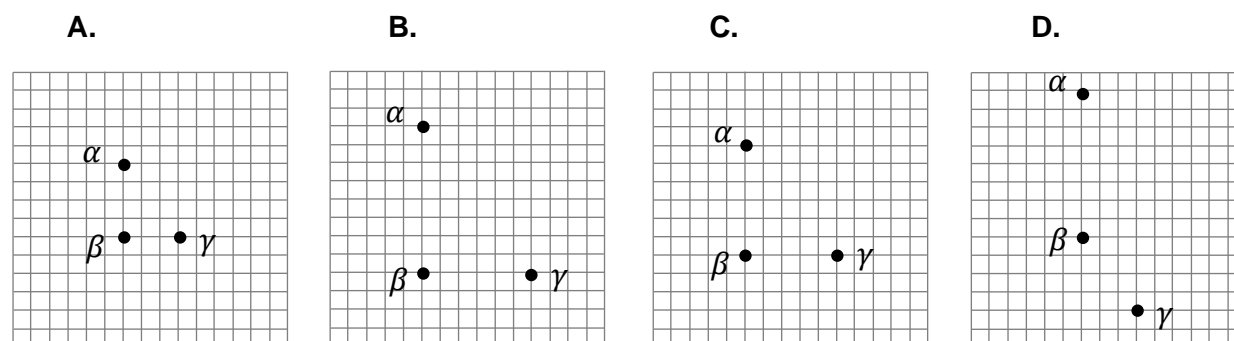
$$\frac{v_{\alpha\beta}}{v_{\beta\gamma}} = \frac{H \cdot d_{\alpha\beta}}{H \cdot d_{\beta\gamma}} = \frac{4}{3}$$

**Zadanie 8.2. (0–1)**

Po pewnym bardzo długim czasie (np. rzędu setek milionów lat), w wyniku rozszerzania się Wszechświata, względne położenia galaktyk  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  się zmieniają.

**Na którym rysunku (spośród A–D) prawidłowo przedstawiono możliwe położenia galaktyk po bardzo długim czasie? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

*Długość boku kratki na rysunkach A–D odpowiada tej samej umownej jednostce długości, co na rysunku we wstępie do zadania.*

**Wymaganie ogólne**

- I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

**Wymaganie szczegółowe**

- IV. Grawitacja i elementy astronomii. Zdający:  
10) [...] opisuje rozszerzanie się Wszechświata; [...].

**Zasady oceniania**

- 1 pkt – poprawna odpowiedź.  
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

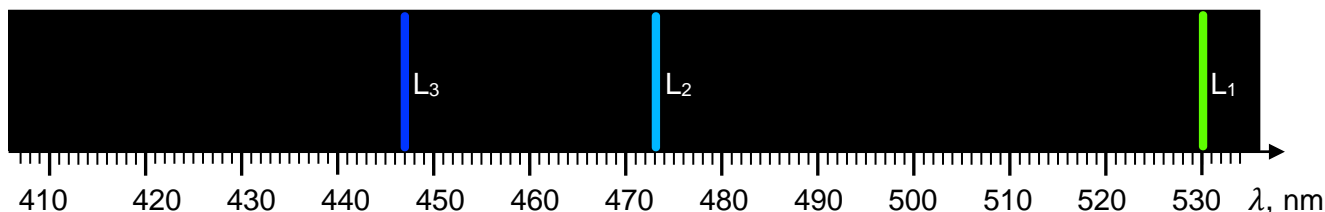
**Rozwiązanie**

B

### Zadanie 9. Przesunięcie widma ku czerwieni

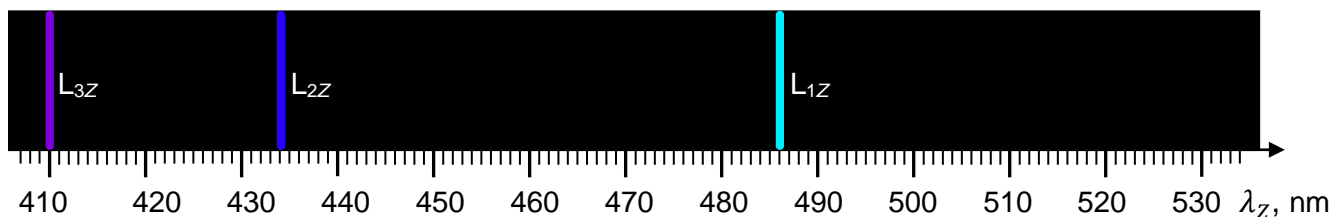
W pewnym miejscu w przestrzeni kosmicznej źródło wyemitowało promieniowanie elektromagnetyczne. Fragment widma tego promieniowania, zarejestrowanego przez detektor w innym miejscu Wszechświata, został przedstawiony na rysunku 1. Przyjmij, że między źródłem a detektorem promieniowanie z niczym nie oddziaływało.

Rysunek 1.



Naukowcy przypuszczają, że zarejestrowane promieniowanie jest emitowane przez wzbudzone atomy wodoru. Fragment widma promieniowania wodoru, zarejestrowanego w układzie odniesienia, w którym próbka wodoru spoczywa, jest przedstawiony na rysunku 2. Długości fal linii widmowych na rysunku 1. są wprost proporcjonalne do tych na rysunku 2. Odpowiadające sobie linie widmowe oznaczono:  $L_1$  i  $L_{1Z}$ ;  $L_2$  i  $L_{2Z}$ ;  $L_3$  i  $L_{3Z}$ .

Rysunek 2.



### Informacja do zadań 9.1.– 9.3.

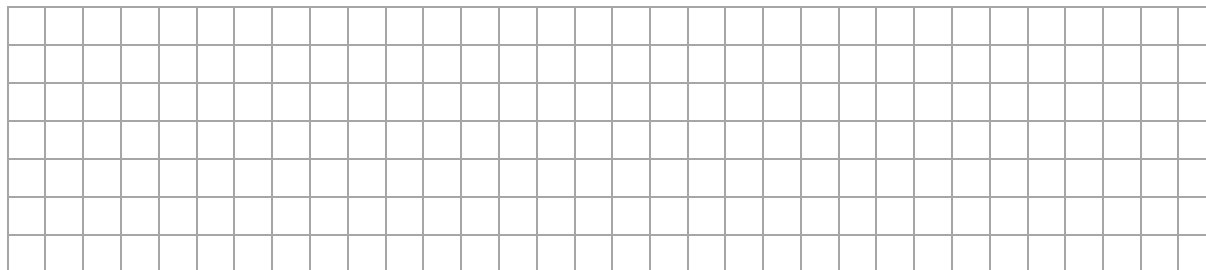
Gdy źródło  $Z$  fali elektromagnetycznej porusza się względem obserwatora  $O$  (detektora) wzdłuż prostej  $OZ$  z prędkością o wartości  $v$ , to występuje efekt Dopplera. Częstotliwość  $f$ , jaką odbiera obserwator (detektor), jest dana dokładnym wzorem:

$$f = f_Z \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \quad (\text{źródło się zbliża}) \quad f = f_Z \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} \quad (\text{źródło się oddala})$$

gdzie  $f_Z$  jest częstotliwością emitowanego promieniowania w układzie spoczynkowym źródła, a  $c$  jest prędkością światła. Powyższe wzory są słuszne dla dowolnej  $v < c$ .

**Zadanie 9.1. (0–1)**

Na podstawie danych przedstawionych na rysunkach 1. i 2. wykaż, że źródło promieniowania oddala się od detektora. Powołaj się na odpowiednie prawa lub zależności fizyczne i określ niezbędne relacje, uzasadniające twoje stwierdzenie.

**Wymaganie ogólne**

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.

X. Fale i optyka. Zdający:

12) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego efektu dla fal dźwiękowych i elektromagnetycznych;

**Zasady oceniania**

1 pkt – stwierdzenie, że  $\frac{\lambda}{\lambda_Z} > 1$  albo  $\frac{f}{f_Z} < 1$  oraz odwołanie się do wzorów Dopplera (dla częstotliwości lub długości fali).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Analizujemy dane na rysunkach. Długości fal odpowiadające liniom widmowym na rysunku 1. są wprost proporcjonalne do długości fal na rysunku 2., a współczynnik proporcjonalności wynosi około 1,09. Dla każdej pary linii zachodzi:

$$\frac{\lambda}{\lambda_Z} > 1$$

Z tej relacji oraz ze związku  $c = \lambda f$  wynika, że:

$$\frac{f}{f_Z} < 1$$

Zatem częstotliwość promieniowania zarejestrowanego od ruchomego źródła jest mniejsza od częstotliwości promieniowania w układzie spoczynkowym źródła. Zgodnie ze wzorami Dopplera, to oznacza, że źródło fali się oddala.



**Komentarz (krok 2.)**

Z powyższego wzoru wyznaczmy prędkość  $v$  oddalania się źródła w funkcji długości emitowanej i rejestrowanej fali:

$$\lambda^2 = \lambda_Z^2 \left( \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \right) \rightarrow \lambda^2 - \lambda^2 \frac{v}{c} = \lambda_Z^2 + \lambda_Z^2 \frac{v}{c} \rightarrow$$

$$v = c \frac{\lambda^2 - \lambda_Z^2}{\lambda^2 + \lambda_Z^2}$$

Do obliczenia  $v$  z powyższego wzoru wykorzystamy długość fali promieniowania w układzie źródła (z rysunku 2.) i rejestrowanego przez detektor (rysunek 1.). Do obliczeń możemy wykorzystać dowolną parę linii widmowych.

**Komentarz (krok 3.)**

Odczytujemy dane z rysunku i podstawiamy do wyprowadzonego wzoru:

**Sposób 1.**

Obliczenia dla linii  $L_1$  i  $L_{1Z}$ :

$$\lambda_1 = 530 \text{ nm} \quad \lambda_{1Z} = 486 \text{ nm}$$

$$v = 3 \cdot 10^8 \frac{530^2 - 486^2}{530^2 + 486^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,59 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,6 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Sposób 2.**

Obliczenia dla linii  $L_2$  i  $L_{2Z}$ :

$$\lambda_2 = 473 \text{ nm} \quad \lambda_{2Z} = 434 \text{ nm}$$

$$v = 3 \cdot 10^8 \frac{473^2 - 434^2}{473^2 + 434^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,58 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,6 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Sposób 3.**

Obliczenia dla linii  $L_3$  i  $L_{3Z}$ :

$$\lambda_3 = 447 \text{ nm} \quad \lambda_{3Z} = 410 \text{ nm}$$

$$v = 3 \cdot 10^8 \frac{447^2 - 410^2}{447^2 + 410^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,59 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,6 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

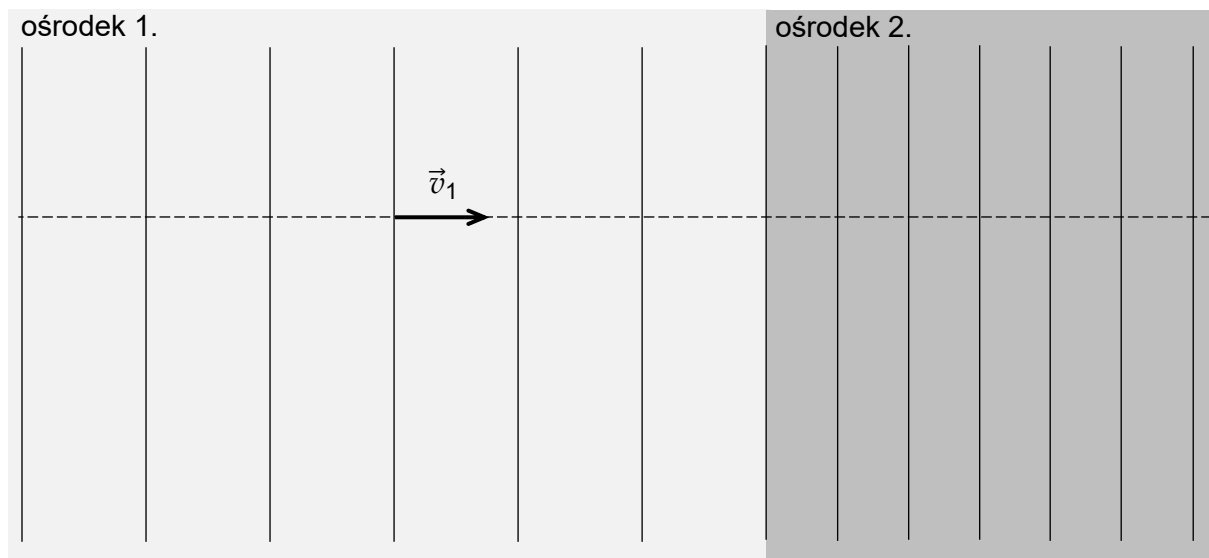


## DRGANIA, FALE I OPTYKA

## Zadanie 10. Fala płaska

Fala dźwiękowa płaska przechodzi przez nieruchomą granicę ośrodków 1. i 2. w sposób przedstawiony na rysunku 1. poniżej. Powierzchnie falowe – oznaczone liniami pionowymi – są równoległe do granicy ośrodków, zatem prędkość fali  $\vec{v}_1$  jest prostopadła do tej granicy. Na rysunku 1. zachowano skalę odległości między powierzchniami falowymi w wybranej chwili ruchu fali w obu ośrodkach.

Rysunek 1.



## Zadanie 10.1. (0–2)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Natężenie fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równe natężeniu fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	P	F
2.	Długość fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równa długości fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	P	F
3.	Częstotliwość fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równa częstotliwości fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	P	F

## Wymaganie ogólne

- I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

## Wymagania szczegółowe

- X. Fale i optyka. Zdający:
- 2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką ( $W/m^2$ ) [...];
  - 6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; [...].

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**

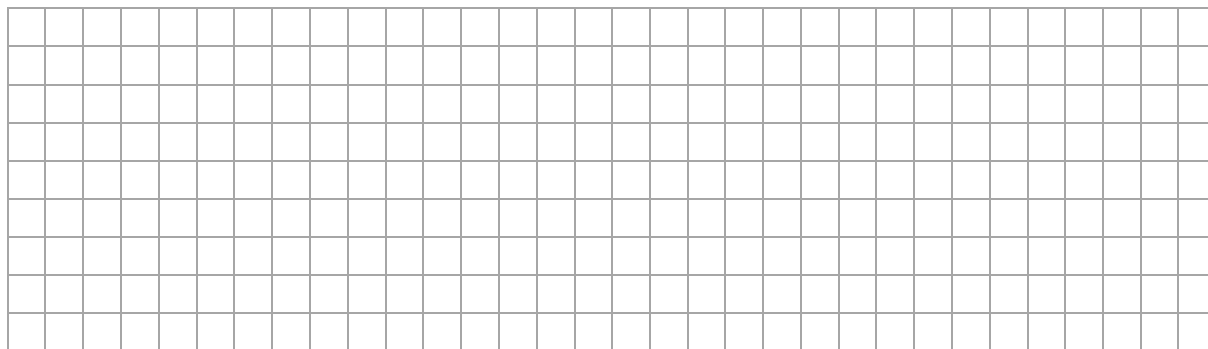
FFP

**Zadanie 10.2. (0–2)** 

Prędkość fali w ośrodku 1. ma wartość  $v_1 = 3\,250$  m/s.

**Oblicz wartość  $v_2$  prędkości fali w ośrodku 2. Wynik podaj w m/s zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących. Zapisz obliczenia.**

*Niektóre dane liczbowe są zawarte w proporcjach geometrycznych na rysunku 1. W celu rozwiązania zadania wykonaj odpowiednie pomiary linijką – z dokładnością do 1 mm.*

**Wymaganie ogólne**

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...].

X. Fale i optyka. Zdający:

1) analizuje rozchodzenie się fal na powierzchni wody i dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych;

6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; [...].

VIII. Ruch drgający i fale. Zdający: [szkoła podstawowa]

4) posługuje się pojęciami [...] częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związku między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami.



**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości fali: wyprowadzenie zależności  $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ ,  
 wyznaczenie wartości liczbowej stosunku długości fal oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką: 1 900 m/s lub 1 800 m/s (w zależności od wyniku pomiarów linijką).

1 pkt – wykorzystanie związku między  $v = \lambda f$ , łącznie z identyfikacją długości fali jako odległości między powierzchniami stałej fazy (falowymi) i stwierdzeniem, że częstotliwość się nie zmienia  
 LUB

– wyprowadzenie zależności  $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz*

Zapiszemy iloraz wartości prędkości i wykorzystamy związek między prędkością fali a jej długością oraz częstotliwością. Kluczowy będzie fakt, że częstotliwość fali przy przejściu przez granicę ośrodków się nie zmienia:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{f_2 \lambda_2}{f_1 \lambda_1} \quad f_1 = f_2 \quad \rightarrow$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

*Komentarz*

Długość fali jest równa odległości pomiędzy jej powierzchniami stałej fazy (powierzchniami falowymi). Ponieważ rysunek wykonano z zachowaniem skali, to stosunki długości fal w rzeczywistości i na rysunku są (w przybliżeniu) równe. Wyniki pomiaru linijką odczytamy z dokładnością do 1 mm. Dokładniejszy wynik pomiaru długości fali na rysunku otrzymamy, gdy zmierzmy odcinki równe 5 długościom fali.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx \frac{\lambda_{2rys}}{\lambda_{1rys}} = \frac{5\lambda_{2rys}}{5\lambda_{1rys}}$$

$$5\lambda_{2rys} \approx 4,7 \text{ cm} \quad 5\lambda_{1rys} \approx 8,2 \text{ cm} \quad \rightarrow$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx \frac{4,7 \text{ cm}}{8,2 \text{ cm}} \approx 0,573$$

Obliczamy prędkość fali w ośrodku 2.:

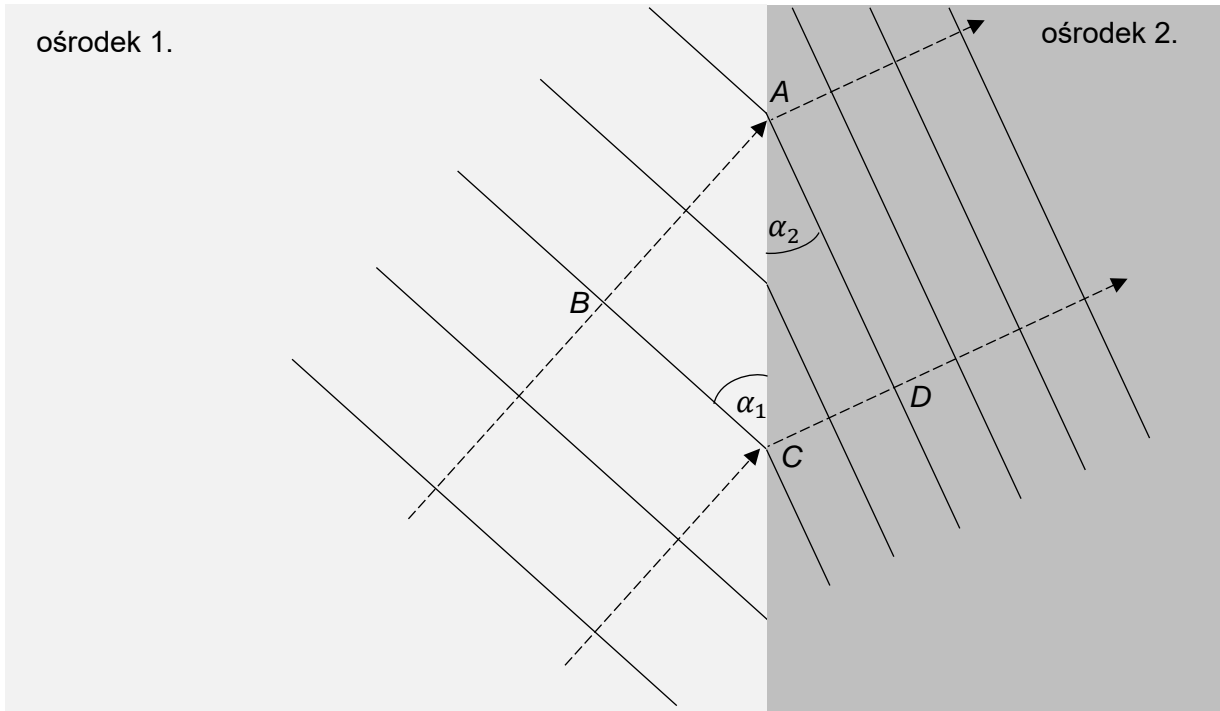
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx 0,573 \quad \rightarrow$$

$$v_2 = 0,573 \cdot 3\,250 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1\,900 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Zadanie 10.3. (0–3)**

Fala płaska pada na granicę ośrodków 1. i 2., ale tym razem w sposób przedstawiony na rysunku 2. Powierzchnie falowe – oznaczone liniami ciągłymi – są nachylone do granicy ośrodków pod kątem  $\alpha_1$  w ośrodku 1. i pod kątem  $\alpha_2$  w ośrodku 2.

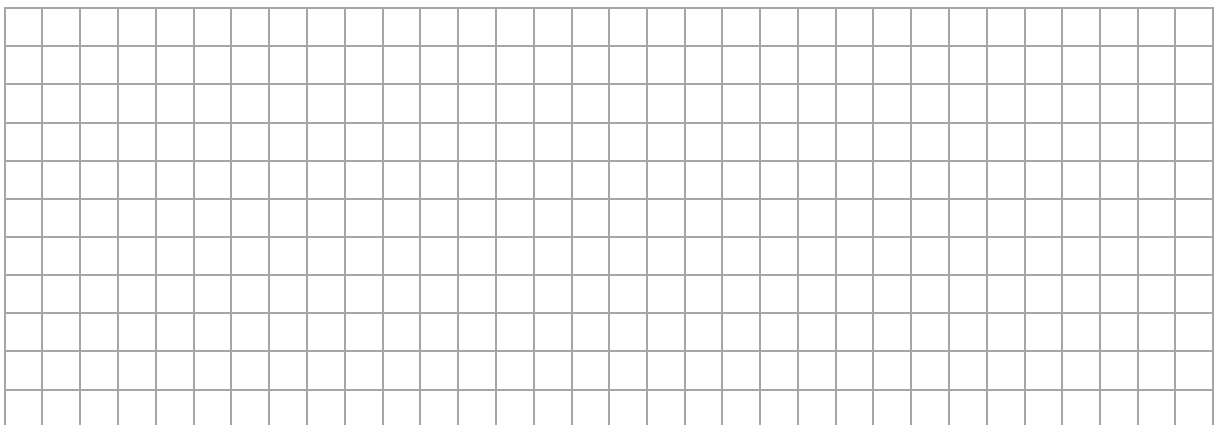
Rysunek 2.



Na rysunku 2. oznaczono linią przerywaną kierunek biegu fali przez oba ośrodki. Wartości prędkości fali w obu ośrodkach wynoszą odpowiednio  $v_1$  i  $v_2$ . Prawo załamania fali na granicy tych ośrodków opisano wzorem wyrażającym prawo Snelliusa:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

**Wyprowadź powyższy wzór. Wykorzystaj obraz powierzchni falowych przedstawiony na rysunku 2., związki między parametrami fali oraz zależności matematyczne.**



**Wymaganie ogólne**

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

19) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.

X. Fale i optyka. Zdający:

1) analizuje rozchodzenie się fal na powierzchni wody i dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych;

6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; [...].

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawne wykazanie żądanej zależności: wykazanie, że stosunek sinusów i stosunek prędkości są sobie równe lub równe odpowiedniemu stosunkowi długości fal.

2 pkt – doprowadzenie do wyrażenia stosunku sinusów jako ilorazu długości fal (np. jak w krokach 1.–3.) oraz zapisanie związku  $v = \lambda f$  dla prędkości fali w obu ośrodkach.

LUB

– doprowadzenie do wyrażenia  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$  (np. jak w kroku 4.) oraz zapisanie stosunku sinusów jako ilorazu odpowiednich odcinków (np. jak w kroku 1.).

1 pkt – zapisanie związków (np. jak w kroku 1. i kroku 2.) pozwalających wyrazić stosunek sinusów jako iloraz odpowiednich długości fal

LUB

– zapisanie związków (np. jak w kroku 4.) pozwalających otrzymać równanie  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Zapiszemy wzory na sinus kąta  $\alpha_1$  oraz kąta  $\alpha_2$  z użyciem oznaczeń na rysunku, następnie wyrazimy stosunek sinusów za pomocą ilorazu długości odpowiednich odcinków:

$$\sin \alpha_1 = \frac{|AB|}{|AC|} \quad \sin \alpha_2 = \frac{|CD|}{|AC|} \quad \rightarrow$$

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{|AB|}{|CD|}$$

*Komentarz (krok 2.)*

Długości odpowiednich odcinków wyrazimy przez długości fal w obu ośrodkach:

$$|AB| = 2\lambda_1 \quad |CD| = 2\lambda_2$$

**Komentarz (krok 3.)**

Stosunek sinusów wyrazimy przez stosunek długości fal:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{|AB|}{|CD|} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

**Komentarz (krok 4.)**

Wykorzystamy związek  $v = f\lambda$  oraz fakt, że częstotliwość fali w obu ośrodkach jest taka sama, do wyrażenia stosunku prędkości przez stosunek długości fal.

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} \quad \lambda_2 = \frac{v_2}{f_2} \quad f_1 = f_2 = f \quad \rightarrow$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{v_1}{f}}{\frac{v_2}{f}} = \frac{v_1}{v_2}$$

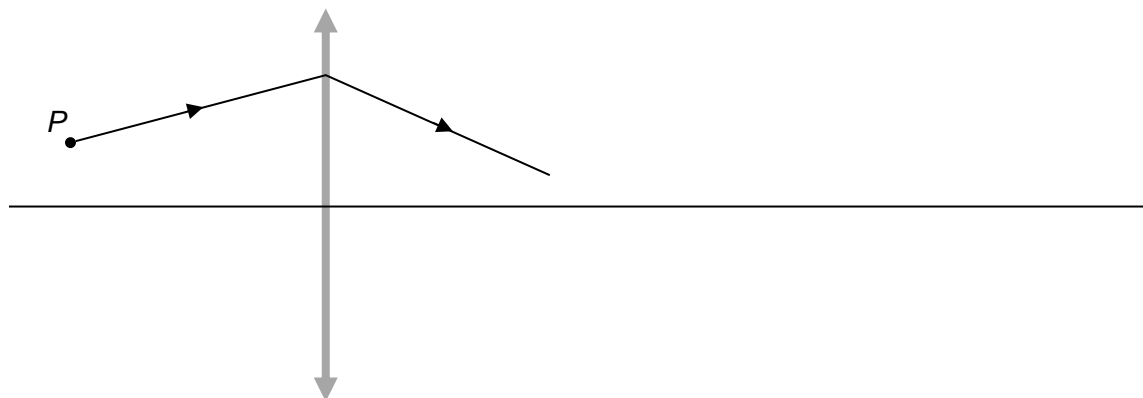
**Komentarz (krok 5.)**

Wykorzystamy zależności otrzymane w kroku 3. i kroku 4.:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad \text{c. b. d. o.}$$

**Zadanie 11. Soczewka (0–2)**

Na rysunku poniżej przedstawiono fragment biegu promienia światła wychodzącego z punktu  $P$  i przechodzącego przez cienką soczewkę skupiającą.

**Wymaganie ogólne**

- I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

**Wymagania szczegółowe**

- I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
- 6) tworzy teksty, tabele, diagramy lub wykresy, rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; [...].
- X. Fale i optyka. Zdający:
- 16) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki [...].
- IX. Optyka. Zdający: [szkoła podstawowa]
- 7) opisuje bieg promieni równoległych do osi optycznej przechodzących przez soczewkę skupiającą i rozpraszającą, posługując się pojęciem ogniska.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna konstrukcja punktu  $P'$  oraz ogniska  $F$

*LUB*

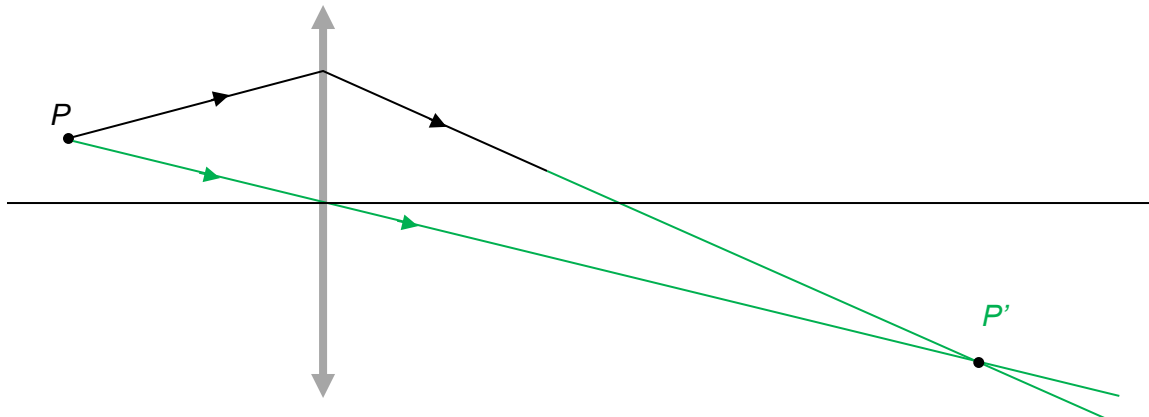
– poprawna konstrukcja ogniska  $F$  wykorzystująca znajomość twierdzenia, że promienie równoległe po przejściu przez soczewkę skupiają się w płaszczyźnie ogniska (podanie twierdzenia nie jest wymagane).

1 pkt – poprawna konstrukcja punktu  $P'$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

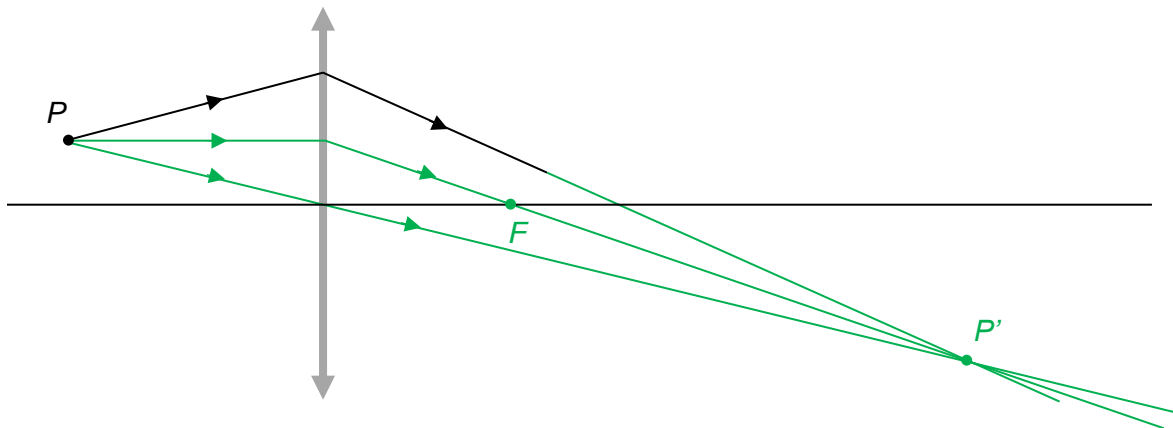
**Przykładowe pełne rozwiązania****Sposób 1.****Komentarz (krok 1. konstrukcji)**

Żeby wyznaczyć ognisko soczewki, konstruujemy najpierw obraz  $P'$  punktu  $P$ . W tym celu wykorzystamy bieg promienia charakterystycznego, przechodzącego przez środek soczewki.



### Komentarz (krok 2. konstrukcji)

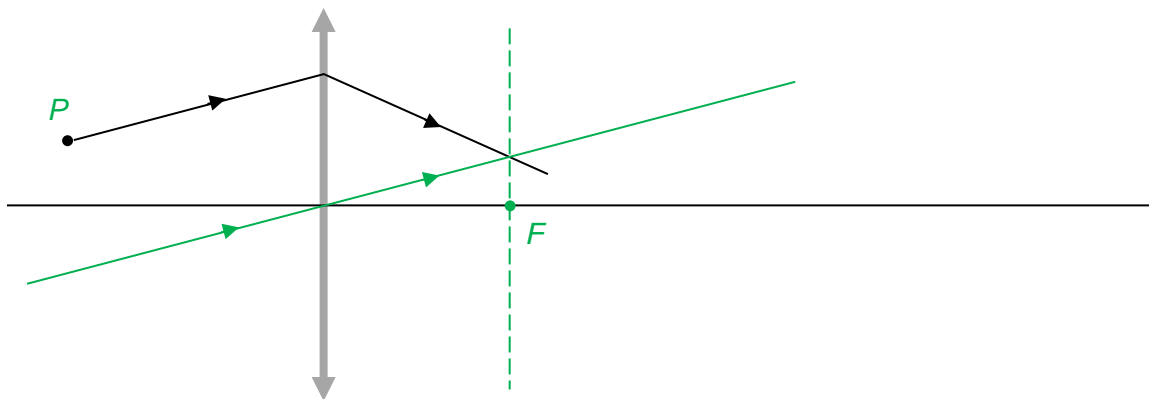
Gdy mamy już obraz  $P'$  punktu  $P$ , wyznaczmy ognisko: w tym celu wykorzystamy bieg promienia charakterystycznego, równoległego do osi optycznej soczewki.



### Sposób 2.

#### Komentarz

Wykorzystamy twierdzenie o biegu promieni przez soczewkę: wiązka promieni wychodzących z punktu płaszczyzny ogniska jest po przejściu przez soczewkę równoległa. Gdy zamienimy kierunek biegu promieni w tym twierdzeniu, to otrzymamy następujące: wiązka promieni równoległych (niekoniecznie do osi optycznej) padających na soczewkę skupi się w płaszczyźnie ogniska.





**Wymaganie ogólne**

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem.

X. Fale i optyka. Zdający:

6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny;

7) opisuje działanie światłowodu jako przykład wykorzystania zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia.

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia oraz prawidłowa wartość współczynnika załamania  $n_2$  (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – poprawne zapisanie związków między  $n_1$  a  $n_2$  oraz między  $n_1$  a  $n_0$ , łącznie z prawidłową identyfikacją kątów (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – poprawne zapisanie związków między  $n_1$  a  $n_2$  (warunku na kąt graniczny), łącznie z prawidłową identyfikacją kątów (np. jak w kroku 1.)

*LUB*

– prawidłowe wyznaczenie współczynnika  $n_1$  (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania****Sposób 1.***Komentarz (krok 1.)*

Wykorzystamy informację o kącie granicznym i zapiszemy związek między współczynnikami załamania światła w rdzeniu i płaszczu oraz kątem granicznym dla przejścia rdzeń – płaszcz:

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin \alpha_{gr}} = \frac{n_1}{n_2} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sin 58^\circ} = \frac{n_1}{n_2}$$

*Komentarz (krok 2.)*

Do wyznaczenia  $n_2$  potrzebujemy znać  $n_1$ . Ten współczynnik wyznaczymy na podstawie danych kątów padania i załamania na powierzchni czoła światłowodu:

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_1} = \frac{n_1}{n_0} \quad \rightarrow$$

$$\frac{\sin 65^\circ}{\sin(90^\circ - 60^\circ)} = \frac{n_1}{1} \quad \rightarrow$$

$$n_1 = \frac{\sin 65^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 1,81$$



**Komentarz (krok 3.)**

Łączymy zależności otrzymane w kroku 1. oraz kroku 2. i obliczamy  $n_2$ :

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin 58^\circ} \approx \frac{1,81}{n_2} \rightarrow n_2 \approx 1,81 \cdot \sin 58^\circ \approx 1,53$$

**Sposób 2.****Komentarz**

Zapiszemy na symbolach zależności opisane w kroku 1. i kroku 2. w sposobie 1. rozwiązania:

$$\frac{1}{\sin \alpha_{gr}} = \frac{n_1}{n_2} \quad \frac{\sin \alpha_0}{\sin(90^\circ - \alpha_2)} = \frac{n_1}{1}$$

Z powyższych dwóch równań wyznaczmy  $n_2$  względem pozostałych wielkości, następnie podstawimy dane i obliczymy wartość tego współczynnika.

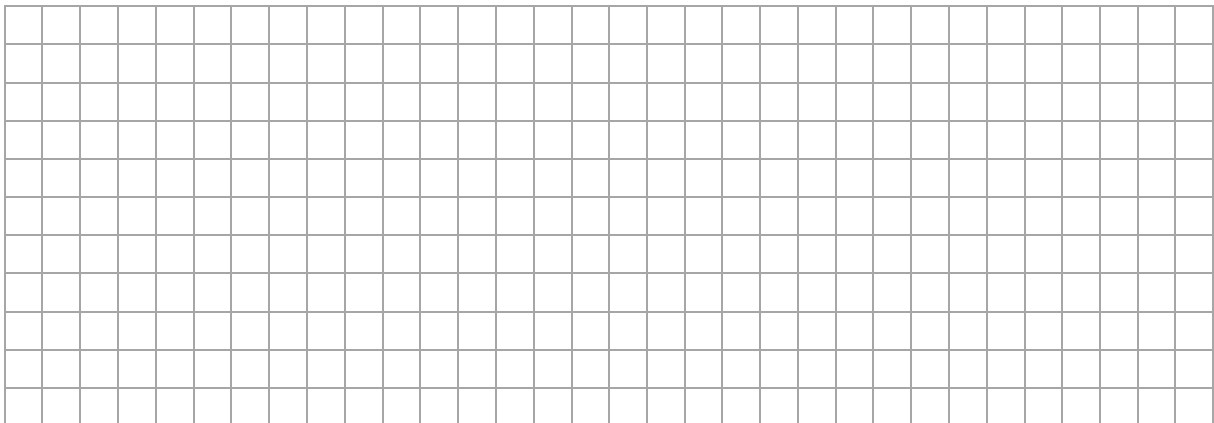
$$n_2 = \frac{\sin \alpha_0 \cdot \sin \alpha_{gr}}{\sin(90^\circ - \alpha_2)}$$
$$n_2 = \frac{\sin 65^\circ \cdot \sin 58^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 1,54$$

**Zadanie 12.2. (0–3)**

Foton biegnący w światłowodzie o długości  $s = 100$  km przebywa dłuższą drogę niż wynosi długość światłowodu. Prędkość światła w rdzeniu światłowodu oraz prędkość przenoszenia sygnału przez światłowód się różnią. Przyjmij, że rdzeń światłowodu wykonano z materiału, dla którego współczynnik załamania światła wynosi  $n_1 = 1,8$ , a kąt, pod jakim odbija się promień światła w rdzeniu od płaszcza światłowodu, wynosi  $\alpha_2 = 60^\circ$  (jak na rysunku w treści zadania).

**Oblicz czas  $t$ , w jakim zostanie przekazany sygnał wzdłuż tego światłowodu.**

**Wynik podaj zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących. Zapisz obliczenia.**



**Wymaganie ogólne**

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

II. Mechanika. Zdający:

- 3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: przemieszczeniem, prędkością i przyspieszeniem wraz z ich jednostkami;
- 4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu.

X. Fale i optyka. Zdający:

- 6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny;
- 7) opisuje działanie światłowodu jako przykład wykorzystania zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia.

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda oszacowania  $t$  oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia  $v_{syg}$  oraz zapisanie związku między czasem a prędkością sygnału i długością światłowodu (np. jak w krokach 1.–3.).

1 pkt – zapisanie związku między czasem, prędkością sygnału a długością światłowodu oraz zapisanie związku trygonometrycznego między prędkością światła w światłowodzie a prędkością sygnału i kątem odbicia (np. jak w krokach 1. i 2.).

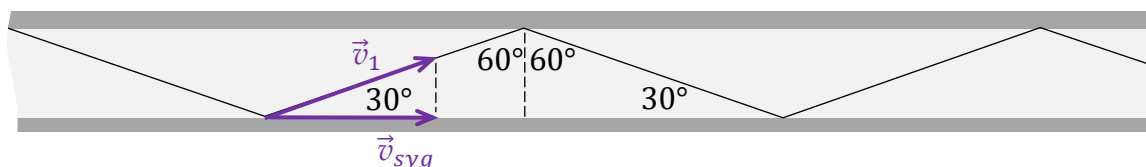
LUB

– poprawna metoda wyznaczenia  $v_{syg}$ : zapisanie związku trygonometrycznego między prędkością światła w światłowodzie a prędkością sygnału i kątem odbicia (np. jak w kroku 2.) oraz zapisanie zależności definiującej współczynnik  $n_1$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie****Komentarz**

Zaznaczmy kąt, pod jakim odbija się promień światła w światłowodzie, oraz oznaczmy wektor  $\vec{v}_1$  prędkości światła w rdzeniu ( $n_1$ ), a także wektor  $\vec{v}_{syg}$  prędkości rozchodzenia się sygnału w światłowodzie (w kierunku światłowodu).

**Komentarz (krok 1.)**

Zapiszemy związek między czasem a prędkością sygnału oraz długością światłowodu:

$$t = \frac{s}{v_{syg}}$$

**Komentarz (krok 2.)**

Zapiszemy związek między  $v_1$  a  $v_{syg}$ :

$$v_{syg} = v_1 \cos 30^\circ$$

**Komentarz (krok 3.)**

Zapiszemy związek między  $n_1$  a  $v_1$  i  $c$  (definiujący  $n_1$ ) i obliczymy prędkość sygnału w światłowodzie:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{c}{n_1}$$

Zatem:

$$v_{syg} = \frac{c}{n_1} \cos 30^\circ$$

$$v_{syg} \approx \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,8} \cdot \cos 30^\circ \approx 1,443 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Komentarz (krok 4.)**

Obliczymy czas  $t$  przekazania sygnału wzdłuż światłowodu:

$$t = \frac{s}{v_{syg}}$$

$$t \approx \frac{10^5 \text{ m}}{1,443 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 0,6930 \cdot 10^{-3} \text{ s} \approx 0,69 \text{ ms}$$



2 pkt – zapisanie zależności równoważnej  $I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} I_1$  oraz zauważenie, że w odległości  $r_2$  od każdego z głośników zachodzi interferencja konstruktywna i amplitudy się dodadzą (np. jak w krokach 1. i 2.)

LUB

– zapisanie zależności równoważnej  $\frac{A_{22}^2}{A_2^2} = \frac{I_{22}}{I_2}$  oraz zapisanie zależności równoważnej

$$I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} I_1 \text{ (np. jak w krokach 3. i 1.)}$$

– zapisanie zależności równoważnej  $I_{22} = 4I_2$  (np. jak w krokach 2. i 3.).

*Uwaga! Zapisanie, że natężenie fali wypadkowej jest sumą natężeń od obu głośników jest błędem i jest sprzeczne z kryterium za 2 pkt.*

1 pkt – wykorzystanie zależności natężenia fali kulistej od odległości od źródła i zapisanie wyrażenia, z prawidłową identyfikacją wielkości z danymi, pozwalającego wyznaczyć  $I_2$  (np. jak w kroku 1.)

LUB

– wykorzystanie proporcjonalności natężenia fali do kwadratu amplitudy fali i zapisanie wyrażenia pozwalającego wyznaczyć  $I_{22}$  ze stosunku amplitud oraz  $I_2$  (np. jak w kroku 3.)

LUB

– zauważenie, że w odległości  $r_2$  od każdego z głośników zachodzi interferencja konstruktywna i amplitudy się dodadzą, oraz zapisanie  $A_{22} = 2A_2$  (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

Wprowadzimy oznaczenia wielkości, których nie wymieniono w treści zadania:

$I_2$  – natężenie dźwięku pochodzące od jednego głośnika, określone w punkcie  $P$ .

$A_2$  – amplituda fali dźwiękowej pochodzącej od jednego głośnika, określona w punkcie  $P$ .

$A_{22}$  – amplituda wypadkowej fali dźwiękowej pochodzącej od dwóch głośników, określona w punkcie  $P$ .

#### *Komentarz (krok 1.)*

Wyznamy  $I_2$  korzystając z zależności natężenia fali kulistej od odległości od źródła:

$$I \sim \frac{1}{r^2}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} I_1$$

$$I_2 = \frac{1^2 \text{ m}^2}{2,5^2 \text{ m}^2} 0,1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 0,016 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

*Komentarz (krok 2.)*

Stwierdzamy – zgodnie z warunkiem interferencji konstruktywnej – że gdy działają oba głośniki (zgodnie w fazie), to amplituda fali wypadkowej w punkcie odległym o  $r_2$  od każdego z głośników jest sumą amplitud fal pochodzących od każdego głośnika osobno (drogi obu fal są równe).

*Uwaga: Natężenie fali wypadkowej nie jest zwykłą sumą natężeń fal pochodzących osobno od obu głośników!*

Zapiszemy, że:

$$A_{22} = A_2 + A_2 = 2A_2$$

*Komentarz (krok 3.)*

Wykorzystamy proporcjonalność natężenia fali do kwadratu amplitudy tej fali:

$$I \sim A^2$$

$$\frac{I_{22}}{I_2} = \frac{A_{22}^2}{A_2^2} \quad \xrightarrow{\text{krok 2}}$$

$$\frac{I_{22}}{I_2} = \frac{(2A_2)^2}{A_2^2} \quad \rightarrow \quad I_{22} = 4I_2$$

*Komentarz (krok 4.)*

Obliczamy  $I_{22}$ :

$$I_{22} = 4I_2 \quad \xrightarrow{\text{krok 1}}$$

$$I_{22} = 4 \frac{r_1^2}{r_2^2} I_1 \quad \rightarrow$$

$$I_{22} = 4 \cdot 0,016 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 0,064 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$



- 19) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.

VII. Elektrostatyka. Zdający:

- 3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego wraz z jego jednostką; [...].

X. Fale i optyka. Zdający:

- 2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) oraz proporcjonalnością do kwadratu amplitudy;
- 13) [...] opisuje światło jako falę elektromagnetyczną poprzeczną; rozróżnia światło spolaryzowane i niespolaryzowane; analizuje polaryzację światła po przejściu przez polaryzator, wynikającą z poprzecznego charakteru fali elektromagnetycznej.

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia natężenia światła po przejściu przez polaryzatory oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (np. jak w kroku 3.).

2 pkt – zapisanie zależności równoważnej  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{E_1^2}{E_2^2}$  oraz prawidłowe wyrażenie wartości  $E_2$  amplitudy wektora natężenia pola elektrycznego poprzez  $E_1$  (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – wykorzystanie proporcjonalności natężenia fali do kwadratu amplitudy fali i zapisanie wyrażenia równoważnego wyrażeniu  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{E_1^2}{E_2^2}$  (np. jak w kroku 1.)

*LUB*

– poprawne wyrażenie wartości  $E_2$  amplitudy wektora natężenia pola elektrycznego poprzez  $E_1$  (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

*Komentarz (krok 1.)*

Amplituda fali elektromagnetycznej, to amplituda zmian wektora natężenia pola elektrycznego:

$$A = E$$

Wykorzystamy proporcjonalność natężenia fali do kwadratu jej amplitudy:

$$I \sim A^2 \quad \text{czyli} \quad I \sim E^2 \quad \text{zatem:}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{E_1^2}{E_2^2} \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{E_2^2}{E_1^2} I_1$$

*Komentarz (krok 2.)*

Wyrazimy wartość  $E_2$  amplitudy wektora natężenia pola elektrycznego poprzez  $E_1$ :

$$\frac{E_2}{E_1} = \cos 60^\circ$$

*Komentarz (krok 3.)*

Obliczymy wartość liczbową  $I_2$ :

$$I_2 = \cos^2 60^\circ \cdot I_1 \quad \rightarrow \quad I_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

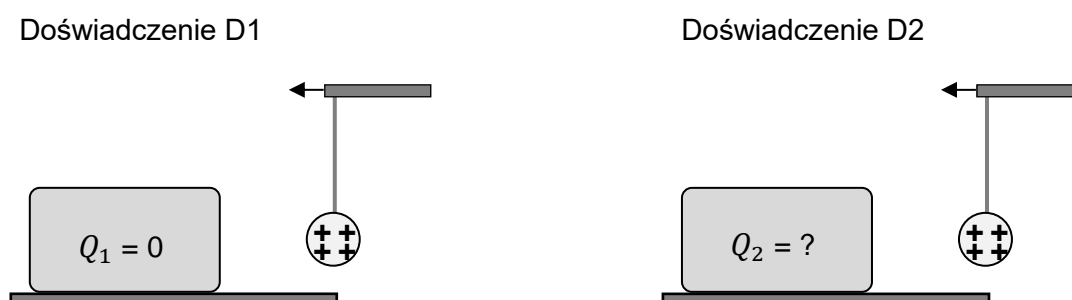


## ELEKTRYCZNOŚĆ I MAGNETYZM

## Zadanie 15. Indukcja elektrostatyczna

Uczniowie wykonali dwa doświadczenia: D1 i D2. Na początku każdego z doświadczeń umieścili metalowy klocek na nieprzewodzącej podstawie. W doświadczeniu D1 całkowity ładunek elektryczny klocka wynosił 0. W doświadczeniu D2 całkowity ładunek elektryczny klocka był uczniom nieznany.

W obu doświadczeniach do klocka powoli zbliżono na niewielką odległość lekką kulkę wykonaną z izolatora i naładowaną dodatnio. Kulka była zawieszona na izolującej nici. Podczas obu doświadczeń kulka i klocek się nie dotykały. Po zbliżeniu kulki do klocka uczniowie obserwowali jej zachowanie się oraz analizowali oddziaływanie kulki z klockiem.



## Zadanie 15.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

W doświadczeniu D1, po zbliżeniu kulki do klocka, na jego powierzchni

<b>A.</b>	nie powstaną żadne ładunki,	a kulka	<b>1.</b>	nie oddziałuje z klockiem.
<b>B.</b>	z prawej strony (bliżej kulki) wystąpią ładunki ujemne, a z lewej – dodatnie,		<b>2.</b>	jest przyciągana przez klocek.
<b>C.</b>	z lewej strony (dalej od kulki) wystąpią ładunki ujemne, a z prawej – dodatnie,		<b>3.</b>	jest odpychana przez klocek.

## Wymaganie ogólne

- I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

## Wymagania szczegółowe

VII. Elektrostatyka. Zdający:

- 1) posługuje się zasadą zachowania ładunku;
- 6) opisuje jakościowo rozkład ładunków w przewodnikach, zerowe natężenie pola elektrycznego wewnątrz przewodnika (klatka Faradaya), [...].



### Zasady oceniania

2 pkt – poprawna odpowiedź i poprawne uzasadnienie. Uzasadnienie musi odwoływać się do: 1) rozkładu ładunków na obie strony przewodnika, 2) równowagi sił działających na kulkę od ładunków dodatnich i ujemnych, 3) zależności oddziaływania od odległości.

1 pkt – poprawna odpowiedź i brak lub niepełne uzasadnienie.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Przykładowe pełne rozwiązania

Ładunek całkowity klocka: dodatni.

Uzasadnienie:

#### Sposób 1.

Jeżeli kulka nie jest przyciągana ani odpychana przez metalowy klocek, to oznacza, że siła przyciągania od ładunków ujemnych zgromadzonych na powierzchni po prawej stronie klocka równoważy siłę odpychania od ładunków dodatnich, które występują po lewej stronie klocka. Ponieważ ładunki dodatnie w klocku są dalej od kulki niż ładunki ujemne, to musi być ich więcej od ujemnych, aby siła odpychania równoważyła siłę przyciągania.

#### Sposób 2. (eksperyment myślowy)

Założmy, że całkowity ładunek klocka jest równy 0. W takiej sytuacji dodatnio naładowana kulka zostanie przyciągnięta, ponieważ ładunki elektryczne ujemne zgromadzą się na powierzchni klocka od strony kulki.

#### *Komentarz*

W takiej sytuacji wypadkowa siła przyciągania działająca na kulkę od położonych bliżej ładunków ujemnych ma większą wartość od wypadkowej siły odpychania od położonych dalej ładunków dodatnich (o tej samej wartości co ujemnych). Zatem wypadkowa siła oddziaływania od wszystkich ładunków będzie przyciągająca.

Wyobraźmy sobie teraz, że klocek ładujemy dodatnio, powoli i w sposób ciągły. W takiej sytuacji wypadkowa siła przyciągająca kulkę maleje w sposób ciągły, ponieważ wzrasta wkład sił odpychania od ładunków dodatnich. Wartość siły przyciągającej maleje w sposób ciągły wraz ze wzrostem ładunku dodatniego i w pewnym momencie osiąga wartość 0.

#### *Komentarz*

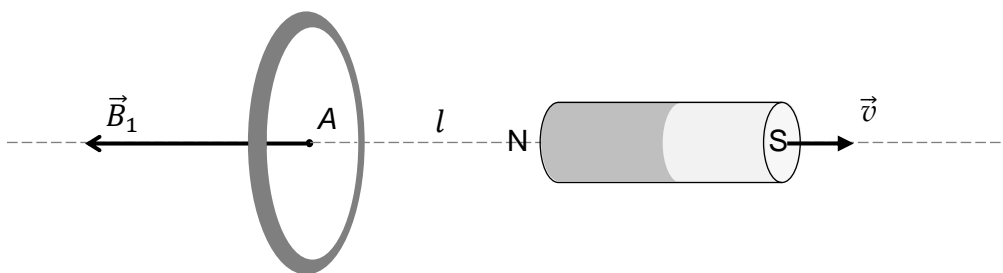
Dalsze dodatnie ładowanie klocka skutkuje powstaniem siły wypadkowej o odpychającym charakterze.

### Zadanie 16. Indukcja elektromagnetyczna

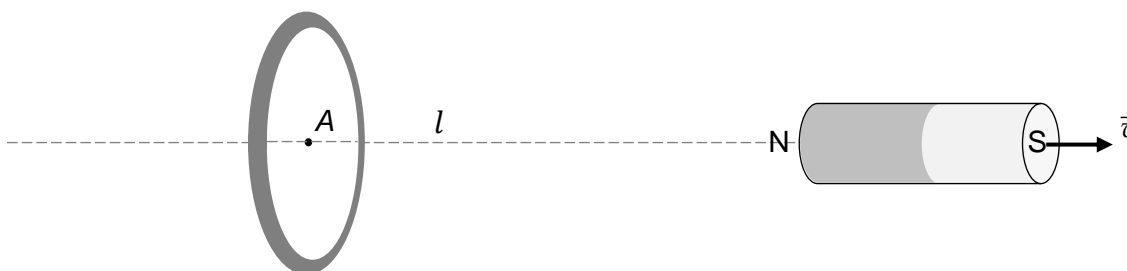
Magnes sztabkowy oddala się od aluminiowego pierścienia wzdłuż linii prostej  $l$ , która jest osią symetrii pierścienia. Na rysunkach 1. i 2. przedstawiono oddalający się od pierścienia magnes odpowiednio: w chwili  $t_1$  oraz w późniejszej chwili  $t_2$ . Na rysunku 1. dodatkowo narysowano w punkcie  $A$  wektor indukcji magnetycznej  $\vec{B}_1$ , pochodzącej od magnesu w chwili  $t_1$ . Przyjmij, że kształt linii pola jest symetryczny względem osi  $l$ . Pomiń wpływ innych pól. Punkt  $A$  leży w środku pierścienia.

*Bliżej patrzącego jest część pierścienia narysowana grubszą linią.*

Rysunek 1.



Rysunek 2.



### Zadanie 16.1. (0–2)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

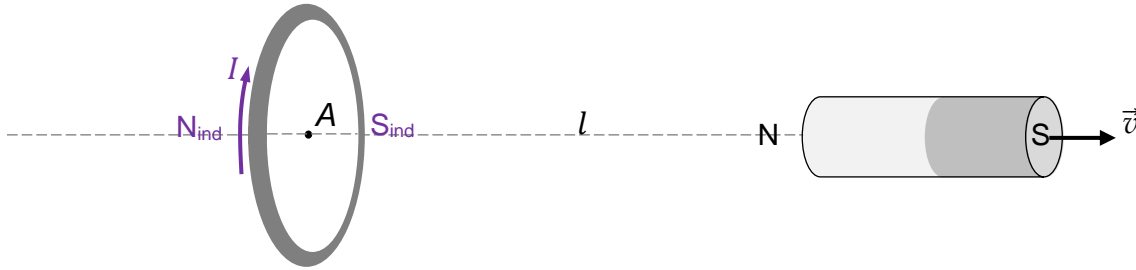
1.	W sytuacji, gdy magnes oddala się od pierścienia, to pierścień i magnes przyciągają się wzajemnie.	P	F
2.	Zwrot indukowanego prądu w pierścieniu zależy od zwrotu prędkości magnesu.	P	F
3.	Natężenie prądu indukowanego w pierścieniu zależy od wartości prędkości magnesu.	P	F

### Wymaganie ogólne

- I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.



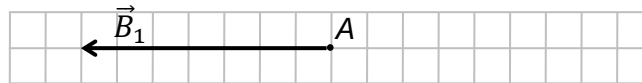
## Przykładowe pełne rozwiązanie



Gdy magnes oddala się od pierścienia, to strumień indukcji magnetycznej przez powierzchnię pierścienia maleje. Zgodnie z prawem Faradaya i regułą Lenza w pierścieniu powstanie taki prąd, który wytworzy indukowane pole magnetyczne przeciwdziałające tym zmianom i ich przyczynom – powstanie pole magnetyczne z biegunem południowym od strony magnesu i biegunem północnym z drugiej strony (*powołanie się na regułę Lenza i prawidłowe określenie biegunowości pola indukowanego*). Linia indukowanego pola magnetycznego biegnie w lewo, zatem kierunek prądu indukowanego będzie jak na powyższym rysunku.

## Zadanie 16.3. (0–3)

Na diagramie 1. poniżej narysowano wektor indukcji magnetycznej  $\vec{B}_1$  pochodzącej od magnesu, w punkcie A w chwili  $t_1$ . Pierścienia i magnesu nie narysowano.

Diagram 1. (dla  $\vec{B}_1$ )

Wektory indukcji magnetycznej w różnych chwilach w punkcie A oznaczmy następująco:

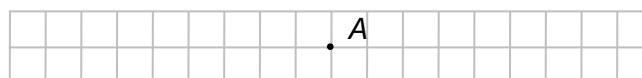
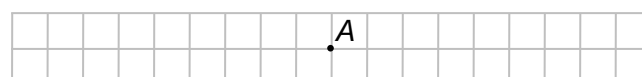
$\vec{B}_2$  – wektor indukcji magnetycznej poła magnesu w chwili  $t_2$ ,

$\Delta\vec{B}_{12}$  – wektor zmiany indukcji magnetycznej poła magnesu od chwili  $t_1$  do  $t_2$ ,

$\vec{B}_{ind}$  – wektor indukcji magnetycznej wytworzonej przez prąd indukowany w pierścieniu.

Długość boku kratki na diagramach 1.–3. odpowiada tej samej umownej jednostce wartości wektora indukcji magnetycznej.

**Na diagramie 2. narysuj i oznacz wektor  $\vec{B}_2$ , a na diagramie 3. narysuj i oznacz wektory  $\Delta\vec{B}_{12}$  oraz  $\vec{B}_{ind}$ . Wartości wektorów  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$ ,  $\Delta\vec{B}_{12}$  muszą uwzględniać relacje  $>$ ,  $<$ ,  $=$  oraz reguły działania na wektorach, a wektor  $\vec{B}_{ind}$  powinien mieć określony prawidłowy kierunek i zwrot.**

Diagram 2. (dla  $\vec{B}_2$ )Diagram 3. (dla  $\Delta\vec{B}_{12}$  oraz  $\vec{B}_{ind}$ )

**Wymaganie ogólne**

- V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

**Wymaganie szczegółowe**

- I. Wymaganie przekrojowe. Zdający:
- 5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarnie, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez liczbę, rozkładanie na składowe);
  - 19) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.
- IX. Magnetyzm. Zdający:
- 1) posługuje się pojęciem pola magnetycznego; rysuje linie pola magnetycznego w pobliżu magnesów stałych i przewodników z prądem ([...], zwojnica);
  - 2) posługuje się pojęciem wektora indukcji magnetycznej wraz z jego jednostką, [...];
  - 10) opisuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej; stosuje regułę Lenza; [...].

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawne narysowanie i oznaczenie wszystkich wektorów.

2 pkt – poprawne wyznaczenie i narysowanie wektora  $\Delta\vec{B}_{12}$  jako różnicy  $\vec{B}_2 - \vec{B}_1$   
LUB

– narysowanie i oznaczenie wektora  $\Delta\vec{B}_{12}$  o prawidłowym kierunku i zwrocie oraz narysowanie wektora  $\vec{B}_{ind}$  o przeciwnym zwrocie do  $\Delta\vec{B}_{12}$ .

1 pkt – poprawne narysowanie i oznaczenie wektora  $\vec{B}_2$  (o wartości mniejszej od  $\vec{B}_1$ ).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Diagram 1.

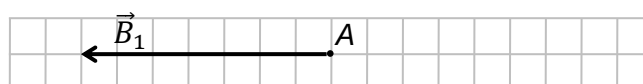


Diagram 2.

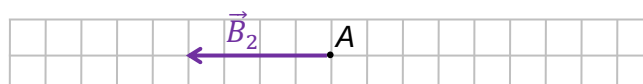
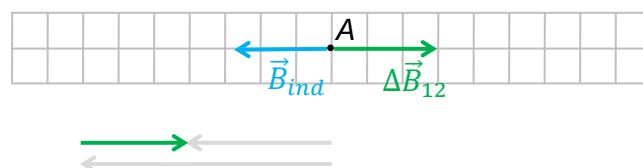


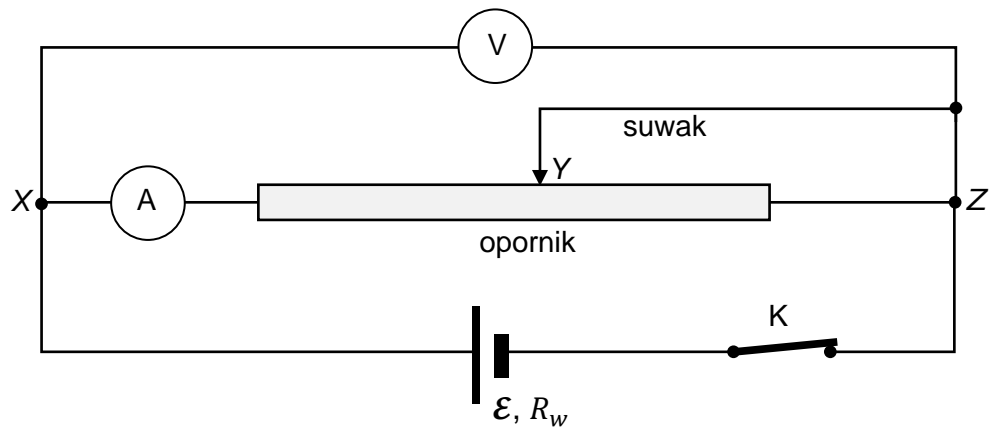
Diagram 3.



### Zadanie 17. Badanie własności baterii płaskiej

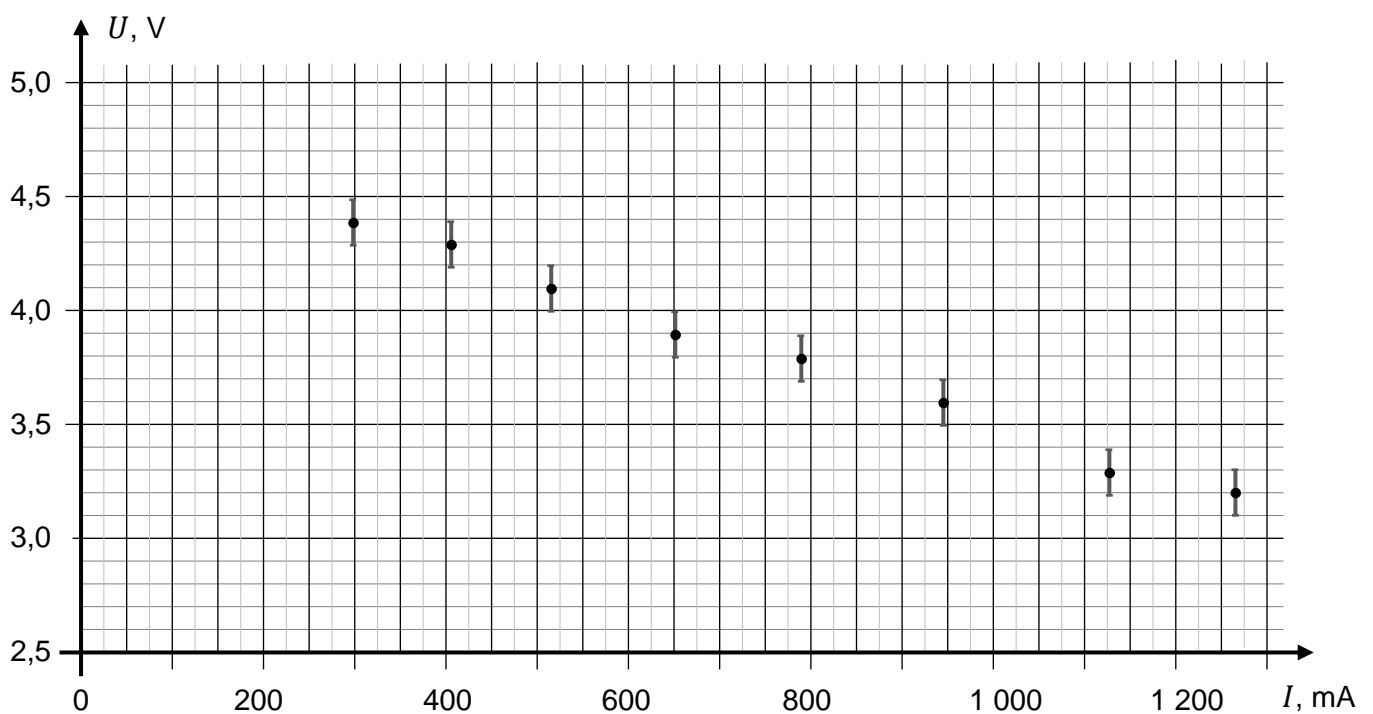
Uczniowie wykonali doświadczenie, w którym wyznaczali siłę elektromotoryczną  $\mathcal{E}$  baterii oraz jej opór wewnętrzny  $R_w$ . W tym celu zbudowali obwód złożony z tej baterii, woltomierza, amperomierza, opornika z przesuwającym suwakiem oraz wyłącznika K (zobacz rysunek 1.). Przyjmij, że opór suwaka jest równy 0.

Rysunek 1.



Następnie, dla różnych położeń suwaka na oporniku, uczniowie mierzyli natężenie  $I$  prądu przepływającego przez opornik oraz napięcie  $U$  na tym oporniku. Niepewność pomiaru napięcia wynosiła  $\Delta U = \pm 0,1 \text{ V}$ , natomiast natężenie prądu mierzono z niepewnością  $\Delta I = \pm 1 \text{ mA}$ . Wyniki pomiarów uczniowie przedstawili na diagramie współrzędnych  $(I, U)$ , w postaci punktów pomiarowych wraz z odcinkami niepewności (zobacz rysunek 2.).

Rysunek 2.







**Komentarz**

$$U_{YZ} = I_{suwak} R_{suwak} = I_{suwak} \cdot 0 = 0 \quad \text{lub} \quad U_{YZ} = I_R R_{YZ} = 0 \cdot R_{YZ} = 0$$

$$U_{XZ} = U_{XY} + U_{YZ}$$

**Sposób 2. (Obliczenie oporu zastępczego)**

**Komentarz** Napięcie między punktami X, Z jest sumą napięć między punktami X, Y oraz Y, Z:

$$U_{XZ} = U_{XY} + U_{YZ}$$

Obliczymy opór zastępczy części obwodu od punktu Y do Z:

$$\frac{1}{R_{zastYZ}} = \frac{1}{R_{suwak}} + \frac{1}{R_{YZ}} \quad \rightarrow \quad R_{zastYZ} = \frac{R_{suwak} R_{YZ}}{R_{suwak} + R_{YZ}} = 0 \quad \text{gdy} \quad R_{suwak} = 0$$

Zastosujemy związek między napięciem, oporem a natężeniem prądu:

$$U_{XZ} = IR_{XY} + IR_{zastYZ} = IR_{XY} + I \cdot 0 = U_{XY}$$

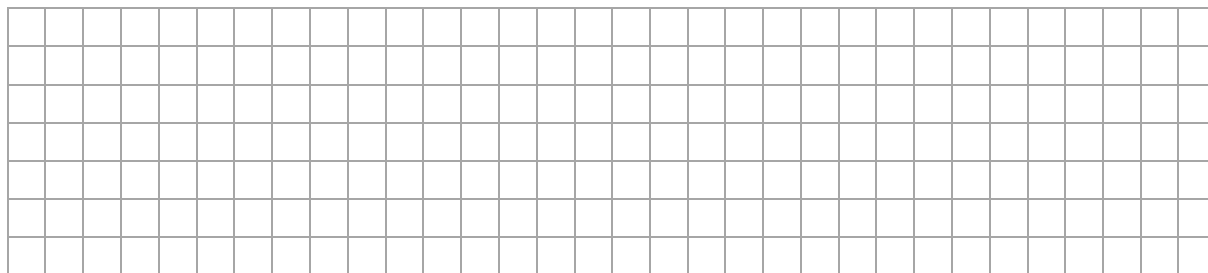
**Informacja do zadań 17.2–17.3.**

Na podstawie modelu zjawiska uczniowie przyjęli, że zależność  $U(I)$ , badana w opisanym doświadczeniu, jest liniowa, tzn. opisuje ją wyrażenie:

$$U = -|a|I + b \quad \text{dla pewnych współczynników } a \text{ i } b$$

**Zadanie 17.2. (0–2)**

Na rysunku 2. narysuj prostą najlepiej dopasowaną do punktów pomiarowych oraz oblicz współczynniki  $a$  i  $b$  tej prostej. Zapisz niezbędne obliczenia.

**Wymaganie ogólne**

III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.

**Wymagania szczegółowe**

- I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
  - 6) tworzy [...] wykresy [...] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i doбира zakresy osi;
  - 9) dopasowuje prostą do danych przedstawionych w postaci wykresu; interpretuje nachylenie tej prostej i punkty przecięcia z osiami;
  - 14) posługuje się pojęciem niepewności pomiaru wielkości prostych; [...]; uwzględnia niepewności przy sporządzaniu wykresów.

**Zasady oceniania**

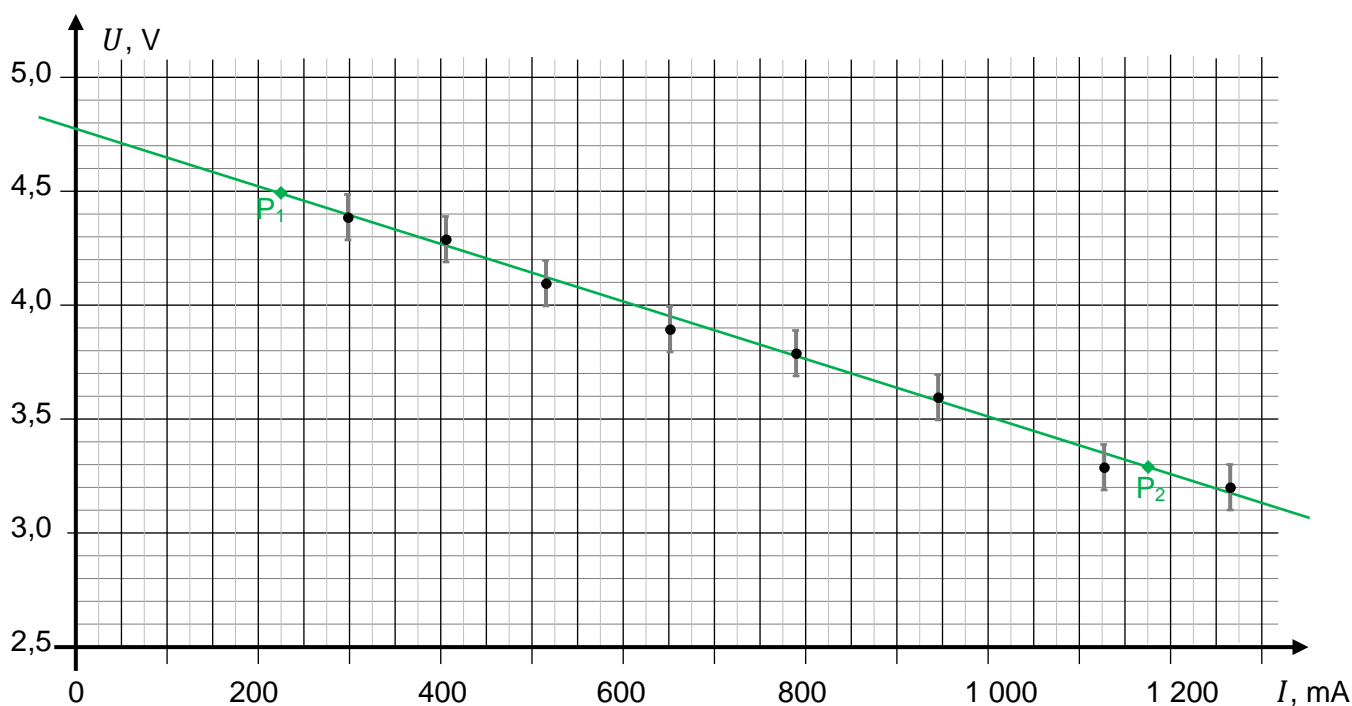
2 pkt – poprawne narysowanie prostej najlepszego dopasowania, poprawna metoda wyznaczenia obu współczynników oraz prawidłowe ich wartości z jednostkami.

1 pkt – poprawne narysowanie prostej najlepszego dopasowania oraz prawidłowe obliczenie wartości współczynnika  $a$  (wraz z jednostką) na podstawie danych odczytanych z wykresu narysowanej prostej. Obliczona wartość współczynnika  $a$  musi się mieścić w przedziale od  $-1,5 \Omega$  do  $-1,1 \Omega$ .

LUB

– poprawne narysowanie prostej najlepszego dopasowania, prawidłowe wyznaczenie wartości współczynnika  $b$  (wraz z jednostką) na podstawie danych odczytanych z wykresu narysowanej prostej. Wyznaczona wartość współczynnika  $b$  musi się mieścić w przedziale od  $4,6 \text{ V}$  do  $5,0 \text{ V}$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie****Komentarz**

Do obliczenia  $a$  wybieramy dwa punkty leżące na prostej (niekoniecznie punkty pomiarowe). Wybrane punkty powinny leżeć w miarę daleko od siebie, aby błąd związany z odczytem ich współrzędnych miał jak najmniejszy wpływ na wynik. Następnie zapiszemy ich współrzędne:  $P_1 \approx (0,225 \text{ A}; 4,5 \text{ V})$ ,  $P_2 \approx (1,175 \text{ A}; 3,3 \text{ V})$ . Z tych punktów obliczamy współczynnik kierunkowy  $a$ :

$$a = \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1} \approx \frac{3,3 \text{ V} - 4,5 \text{ V}}{1,175 \text{ A} - 0,225 \text{ A}} \approx -1,26 \frac{\text{V}}{\text{A}} \approx -1,3 \Omega$$

Współczynnik  $b$  wyznaczmy, gdy odczytamy rzędną punktu przecięcia wykresu z osią  $U$ :

$$b \approx 4,8 \text{ V}$$



**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Wyznamy  $U(I)$  z modelu zjawiska. W tym celu wykorzystamy II prawo Kirchhoffa dla obwodu oraz związek między napięciem, oporem a natężeniem:

$$\mathcal{E} = IR + IR_w \quad U = IR \quad \rightarrow \quad \mathcal{E} = U + IR_w$$

Zapiszemy związek  $U(I)$ :

$$U = -R_w I + \mathcal{E}$$

*Komentarz (krok 2.)*

Zestawimy wynik doświadczenia z modelem zjawiska. W tym celu porównamy zależność  $U(I)$  otrzymaną w doświadczeniu z zależnością  $U(I)$  przewidzianą przez model zjawiska:

$$U = -|a|I + b \quad - \text{wynik doświadczenia}$$

$$U = -R_w I + \mathcal{E} \quad - \text{model zjawiska}$$

Identyfikujemy współczynniki prostej z wielkościami w równaniu  $U(I)$ :

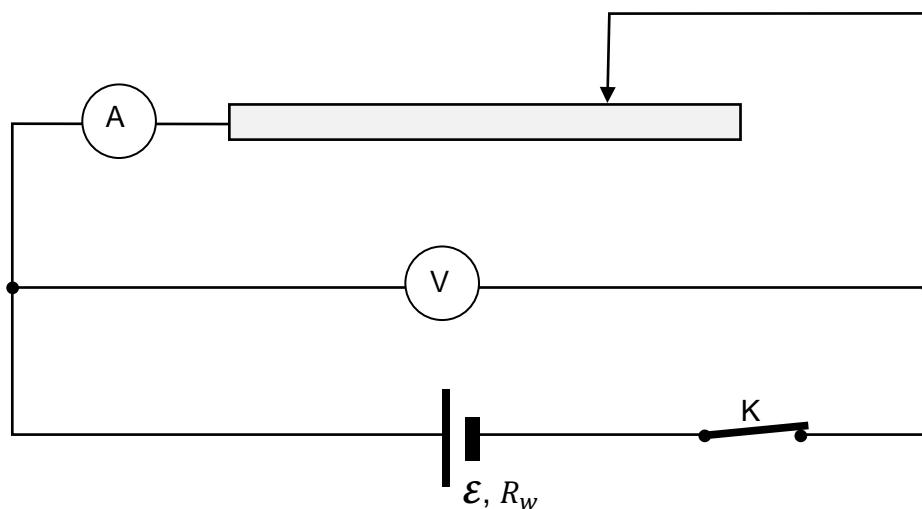
$$R_w = |a| \quad \mathcal{E} = |b|$$

Zapiszemy wyniki z uwzględnieniem niepewności:

$$R_w = (1,3 \pm 0,2) \Omega \quad U_{SEM} = (4,8 \pm 0,2) V$$

*Uwaga!*

W opisanym doświadczeniu, w którym wyznacza się siłę elektromotoryczną i opór wewnętrzny, te same elementy często łączy się tak, jak przedstawiono na poniższym schemacie.



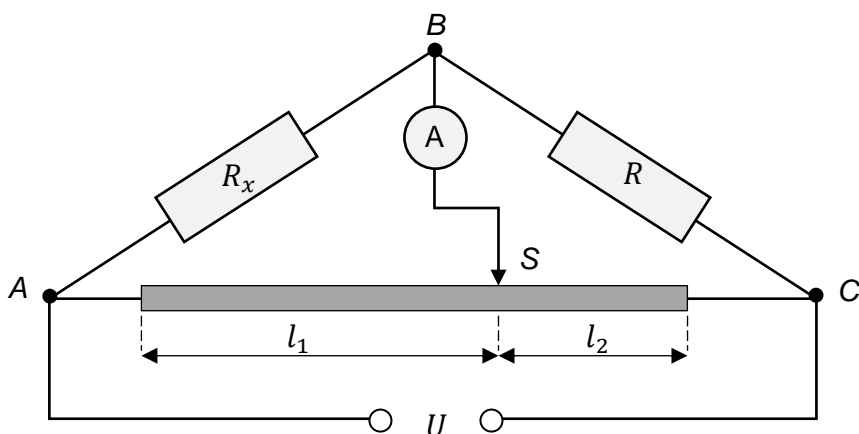
### Zadanie 18. Mostek Wheatstone'a

Przedstawiony poniżej obwód (tzw. mostek Wheatstone'a) jest wykorzystywany do wyznaczania nieznanego oporu  $R_x$ . Mostek zawiera dwie gałęzie obwodu oznaczone  $ABC$  i  $ASC$  oraz źródło napięcia  $U$  zasilającego obwód. Gałąź  $ABC$  to połączone szeregowo dwa oporniki: jeden o nieznanym oporze  $R_x$  i drugi o znanym oporze  $R$ . Gałąź  $ASC$ , między węzłami  $A$  i  $C$ , to jednorodny drut oporowy, którego opór na jednostkę długości jest stały. Wyznaczanie oporu  $R_x$  polega na takim dobraniu położenia suwaka, aby amperomierz dołączony między punktami  $B$  i  $S$  wskazywał 0 – wtedy napięcie między tymi punktami także jest równe 0.

W takiej sytuacji (tzw. zrównoważenia mostka) jest spełnione równanie:

$$\frac{R_x}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

gdzie  $l_1$  i  $l_2$  są długościami części drutu oporowego (zobacz rysunek poniżej). Z powyższego wzoru można wyznaczyć  $R_x$ , gdy znamy opór  $R$  oraz zmierzono długości  $l_1$  i  $l_2$ .



#### Zadanie 18.1. (0–1)

Natężenie prądu płynącego przez któryś z oporników mostka oznaczmy indeksami (np.  $I_{AB}$ ,  $I_{SC}$ , itp.) wskazującymi na to, pomiędzy którymi punktami mostka jest dany opornik.

**Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.**

Prawidłowe relacje pomiędzy natężeniami prądów płynących przez poszczególne oporniki mostka w sytuacji jego zrównoważenia to

<b>A.</b>	$I_{AB} = I_{AS}$	oraz	<b>1.</b>	$I_{AB} + I_{BC} = I_{AC}$
<b>B.</b>	$I_{AB} = I_{SC}$		<b>2.</b>	$I_{AB} = I_{BC} + I_{SC}$
<b>C.</b>	$I_{AB} = I_{BC}$		<b>3.</b>	$I_{AB} + I_{AS} = I_{BC} + I_{SC}$

#### Wymaganie ogólne

- I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.







VIII. Prąd elektryczny. Zdający:

- 8) stosuje do obliczeń związek mocy wydzielonej na oporniku (ciepła Joule'a-Lenza) z natężeniem prądu i oporem oraz napięciem i oporem;
- 10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku;
- 12) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie, z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).

### Zasady oceniania (dla sposobu 1. rozwiązania)

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia mocy oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (np. jak w krokach 1.–3.).
- 2 pkt – zapisanie wzoru na moc z napięciem i oporem z prawidłową identyfikacją wielkości (np. jak wzór w kroku 3.), prawidłowe wyznaczenie oporu  $R_x$  (np. jak w kroku 1.) oraz poprawna metoda wyznaczenia napięcia, tzn. wyznaczenie stosunku napięć oraz skorzystanie z dodawania napięć (np. metoda jak w krokach 2a. i 2b.).
- 1 pkt – zapisanie wzoru na moc z napięciem i oporem z prawidłową identyfikacją wielkości (np. jak wzór w kroku 3.) oraz prawidłowe wyznaczenie oporu  $R_x$  (np. jak w kroku 1.).
- 0 p. – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

#### Sposób 1. (z wyznaczeniem napięcia)

##### Komentarz (krok 1.)

Do obliczenia mocy wydzielanej na oporniku  $R_x$  potrzebujemy znać jego opór oraz napięcie na tym oporniku. W celu obliczenia oporu  $R_x$  wykorzystamy wzór podany w zadaniu:

$$\frac{R_x}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$\frac{R_x}{R} = 2 \quad \rightarrow \quad R_x = 2 \cdot 20,00 \, \Omega = 40 \, \Omega$$

##### Komentarz (krok 2a.)

Następnie obliczymy stosunek napięć na oporach  $R_x$  i  $R$ . Wykorzystamy fakt, że przez opory  $R$ ,  $R_x$  płynie prąd o tym samym natężeniu  $I_B$ :

$$U_{AB} = I_B R_x \quad U_{BC} = I_B R \quad \rightarrow \quad \frac{U_{AB}}{U_{BC}} = \frac{R_x}{R}$$

$$\frac{U_{AB}}{U_{BC}} = \frac{R_x}{R} = 2$$

##### Komentarz (krok 2b.)

Wyznamy napięcie  $U_{AB}$  na oporniku  $R_x$ . Skorzystamy z faktu, że napięcia wzdłuż odcinka  $ABC$  obwodu się dodają, oraz skorzystamy z wyznaczonego stosunku napięć:

$$\begin{cases} U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} \\ U_{AB} = 2U_{BC} \end{cases} \quad \rightarrow \quad U_{BC} = \frac{1}{3}U_{AC} \quad U_{AB} = \frac{2}{3}U_{AC}$$

$$U_{AB} = \frac{2}{3} \cdot 6 \, \text{V} = 4 \, \text{V}$$

**Komentarz (krok 3.)**

Obliczymy moc wydzielaną na oporniku:

$$P_{AB} = \frac{U_{AB}^2}{R_x} = 0,4 \text{ W}$$

**Zasady oceniania (dla sposobu 2. rozwiązania)**

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia mocy oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (np. jak w krokach 1.–3.).
- 2 pkt – zapisanie wzoru na moc z natężeniem prądu i oporem z prawidłową identyfikacją wielkości (np. jak wzór w kroku 3.), prawidłowe wyznaczenie oporu  $R_x$  (np. jak w kroku 1.), oraz poprawna metoda wyznaczenia natężenia prądu, tzn. skorzystanie z dodawania napięć wzdłuż  $AC$  (lub z metody oporu zastępczego) i związku między napięciem, oporem a natężeniem prądu (np. metoda jak w kroku 2.).
- 1 pkt – zapisanie wzoru na moc z natężeniem prądu i oporem z prawidłową identyfikacją wielkości (np. jak wzór w kroku 3.) oraz prawidłowe wyznaczenie oporu  $R_x$  (np. jak w kroku 1.).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie****Sposób 2. (z wyznaczeniem natężenia prądu)****Komentarz (krok 1.)**

Do obliczenia mocy wydzielanej na oporniku  $R_x$  potrzebujemy znać jego opór oraz natężenie prądu przepływającego przez ten opornik. W celu obliczenia oporu  $R_x$  wykorzystamy wzór podany w zadaniu:

$$\frac{R_x}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$\frac{R_x}{R} = 2 \quad \rightarrow \quad R_x = 2 \cdot 20,00 \, \Omega = 40 \, \Omega$$

**Komentarz (krok 2.)**

Następnie obliczymy natężenie  $I_B$  prądu płynącego w odcinku  $ABC$  obwodu:

$$U_{AC} = U = I_B R_{AC} \quad \text{gdzie} \quad R_{AC} = R_x + R$$

$$I_B = \frac{U}{R_x + R} \quad \rightarrow \quad I_B = \frac{6 \text{ V}}{60 \, \Omega} = 0,1 \text{ A}$$

**Komentarz (krok 3.)**

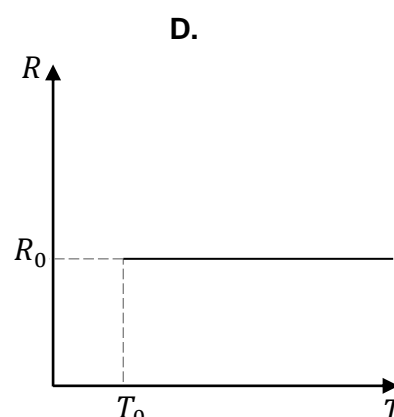
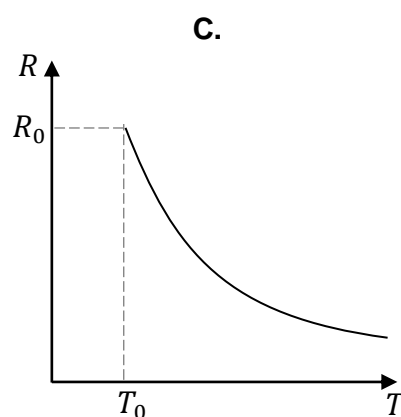
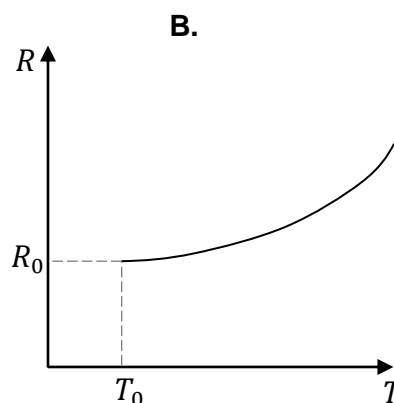
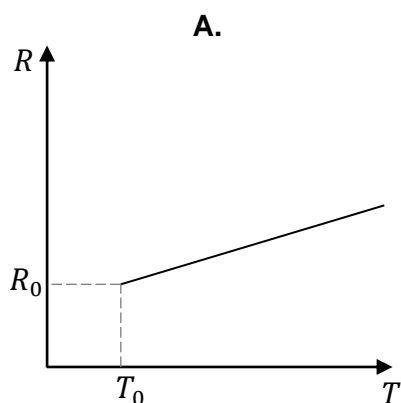
Obliczymy moc wydzielaną na oporniku, zastosujemy wzór z natężeniem prądu i oporem:

$$P_{AB} = I_{AB}^2 R_x = 0,01 \cdot 40 \text{ W} = 0,4 \text{ W}$$

**Zadanie 19. (0–1) Zależność oporu półprzewodnika od temperatury**

Badano zależność oporu typowego półprzewodnika od temperatury. Opór półprzewodnika w temperaturze pokojowej  $T_0$  jest równy  $R_0$ .

Na którym wykresie (spośród A–D) prawidłowo przedstawiono zależność oporu półprzewodnika od temperatury? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

**Wymaganie ogólne**

- I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

**Wymagania szczegółowe**

- I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

- 8) rozpoznaje zależność rosnącą bądź malejącą na podstawie danych z tabeli lub na podstawie wykresu; rozpoznaje proporcjonalność prostą na podstawie wykresu.

- VIII. Prąd elektryczny. Zdający:

- 4) [...]; omawia zależność oporu od temperatury dla metali i półprzewodników.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

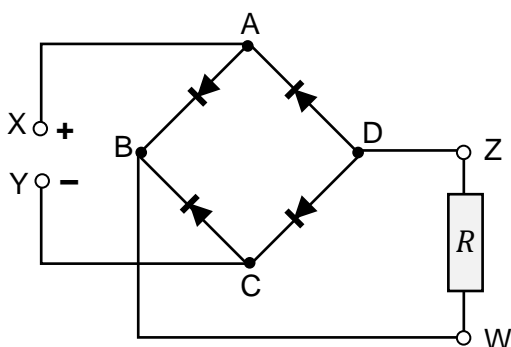
C

### Zadanie 20. Dioda w układzie prostowniczym

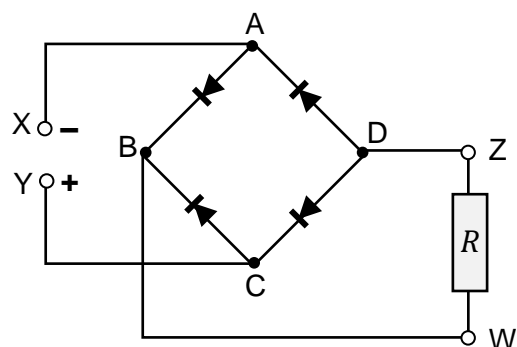
Mostek Graetza składa się z układu czterech diod półprzewodnikowych połączonych tak, aby wymusić określony kierunek przepływu prądu przez odbiornik  $R$ . Na wejściu układu diod znajdują się zaciski X, Y, do których podłącza się źródło napięcia zmiennego sinusoidalnie. Natomiast na wyjściu układu znajdują się zaciski W, Z, do których można podłączyć opornik  $R$  lub inny odbiornik (zobacz rysunki 1. i 2.).

Na rysunku 1. przedstawiono sytuację w tej połowie okresu  $T$  zmian napięcia wejściowego, gdy większy potencjał jest na zacisku X, a na rysunku 2. przedstawiono sytuację w kolejnej połowie okresu zmian napięcia. Węzły obwodu oznaczono literami A, B, C, D.

Rysunek 1.



Rysunek 2.



#### Zadanie 20.1. (0–2)

Na każdym z rysunków 1. i 2. oznacz zwrot przepływu prądu w obwodzie pomiędzy zaciskami X, Y. W tym celu narysuj strzałki na odpowiednich fragmentach obwodu (pomiędzy sąsiednimi węzłami).

#### Wymaganie ogólne

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.

#### Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

6) tworzy [...], rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; [...].

VIII. Prąd elektryczny. Zdający:

14) opisuje funkcję diody półprzewodnikowej jako elementu przewodzącego w jednym kierunku; przedstawia jej zastosowanie w prostownikach [...].

VII. Elektrostatyka. Zdający:

8) analizuje zmianę energii potencjalnej podczas ruchu ładunku w polu elektrycznym; posługuje się pojęciem napięcia między punktami w polu elektrycznym; posługuje się pojęciem potencjału pola i jego jednostką.

**Zasady oceniania**

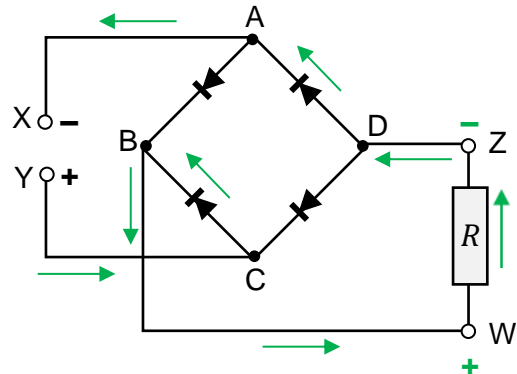
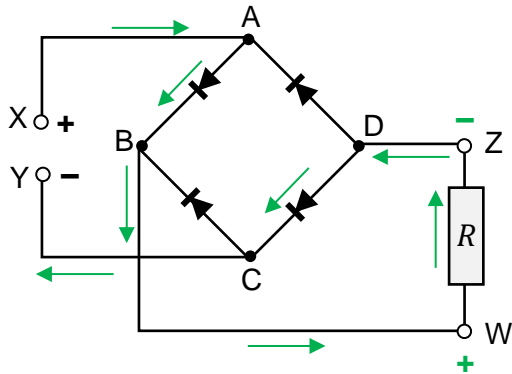
2 pkt – poprawne oznaczenia kierunku przepływu prądu na obu rysunkach.

1 pkt – poprawne oznaczenia kierunku przepływu prądu na jednym rysunku

*LUB*

– oznaczenie kierunku przepływu prądów na obu rysunkach w odwrotną stronę.

0 pkt – rozwiązanie całkowicie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Pełne rozwiązanie****Zadanie 20.2. (0–2)**

Na diagramie 1. narysuj wykres zależności napięcia od czasu między zaciskami X i Y, a na diagramie 2. narysuj analogiczny wykres napięcia między zaciskami W i Z.

Wykresy sporządź dla przedziału czasu od  $t = 0$  do  $t = 2T$ . Oznacz amplitudy napięć.

Przyjmij, że  $U_{XY}(0) = 0$  oraz  $U_{maxXY} = U_{maxZW} = U_{max}$ .

Diagram 1.

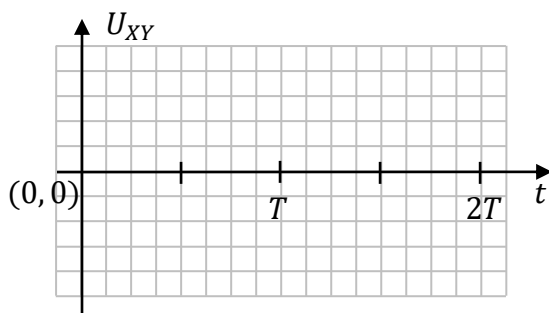
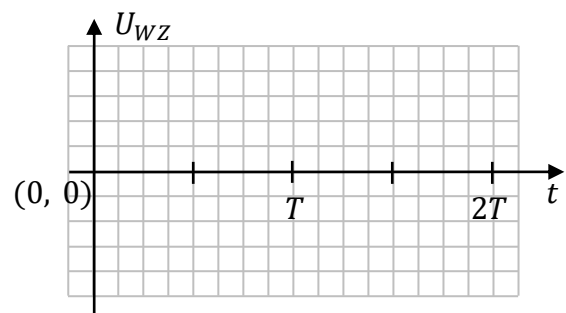


Diagram 2.

**Wymaganie ogólne**

IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.

### Wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

- 6) tworzy [...] wykresy [...] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i doбира zakresy osi.

VIII. Prąd elektryczny. Zdający:

- 2) posługuje się pojęciami natężenia prądu elektrycznego, napięcia elektrycznego; [...];  
14) opisuje funkcję diody półprzewodnikowej jako elementu przewodzącego w jednym kierunku; przedstawia jej zastosowanie w prostownikach [...].

IX. Magnetyzm. Zdający:

- 12) opisuje cechy prądu przemiennego; [...].

### Zasady oceniania

2 pkt – prawidłowo narysowane wykresy zależności napięcia od czasu na obu rysunkach.

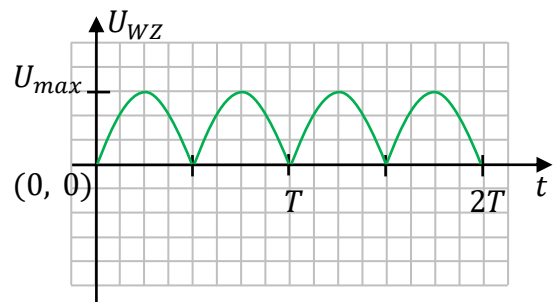
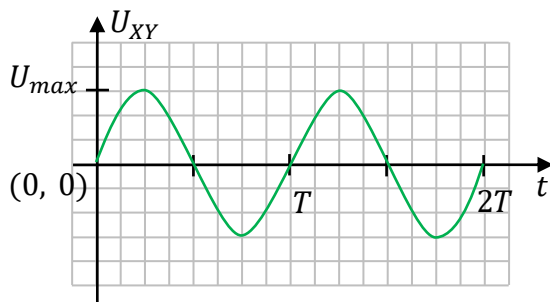
1 pkt – prawidłowo narysowany wykres zależności napięcia od czasu na jednym rysunku  
*LUB*

– narysowanie wykresów na obu rysunkach o prawidłowym kształcie, okresie, ale przesuniętych względem siebie w fazie.

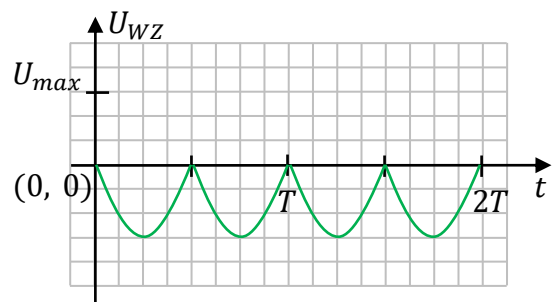
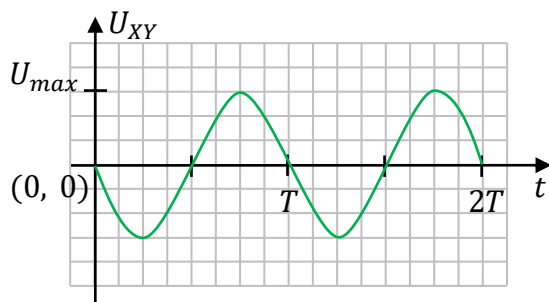
0 pkt – rozwiązanie całkowicie niepoprawne albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.



Sposób 2.





**Wymaganie ogólne**

III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.

VI. Termodynamika. Zdający:

3) posługuje się pojęciem energii wewnętrznej; analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii;

5) wykorzystuje pojęcie [...] ciepła przemiany fazowej w analizie bilansu cieplnego;

6) opisuje skokową zmianę energii wewnętrznej w przemianach fazowych.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia ciepła topnienia lodu oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

1 pkt – zapisanie wzoru na ciepło dostarczone w procesie topnienia lodu oraz zapisanie wyrażenia określającego tempo dostarczania energii do topionej masy  $m$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz*

Korzystamy ze wzoru na ciepło dostarczone w procesie topnienia lodu oraz z wyrażenia określającego tempo dostarczania energii do topniejącej masy  $m$ :

$$Q_2 = mL \quad \text{oraz} \quad u = \frac{Q_2}{\Delta t_2}$$

$$u\Delta t_2 = mL \quad \rightarrow \quad L = \frac{u\Delta t_2}{m}$$

*Komentarz*

Podstawiamy dane liczbowe z treści zadania i z wykresu:

$$L = \frac{u\Delta t_2}{m} = \frac{1050 \text{ J/min} \cdot 16 \text{ min}}{0,050 \text{ kg}} = 336\,000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

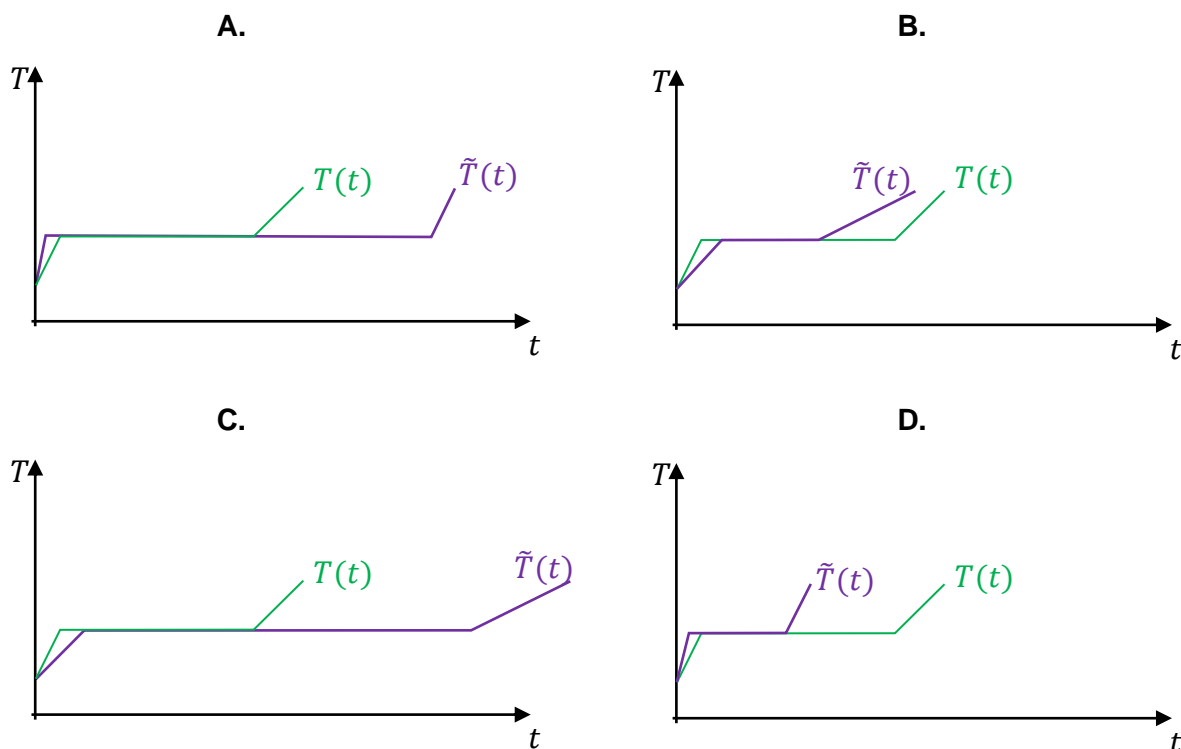




**Zadanie 21.3. (0–1)**

Za drugim razem ogrzewano kawałek lodu mający masę dwukrotnie mniejszą niż masa kawałka lodu ogrzewanego za pierwszym razem. Ten proces przeprowadzano w takich samych warunkach jak poprzednio – tzn. lód ogrzewano od tej samej temperatury początkowej i z tą samą mocą. Zależność temperatury od czasu w drugim procesie ogrzewania oznaczmy  $\tilde{T}(t)$ .

Na którym wykresie (spośród A–D) prawidłowo przedstawiono zależność  $\tilde{T}(t)$  w porównaniu do zależności  $T(t)$ ? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

**Wymaganie ogólne**

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.

VI. Termodynamika. Zdający:

5) wykorzystuje pojęcie ciepła właściwego oraz ciepła przemiany fazowej w analizie bilansu cieplnego;

6) opisuje skokową zmianę energii wewnętrznej w przemianach fazowych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

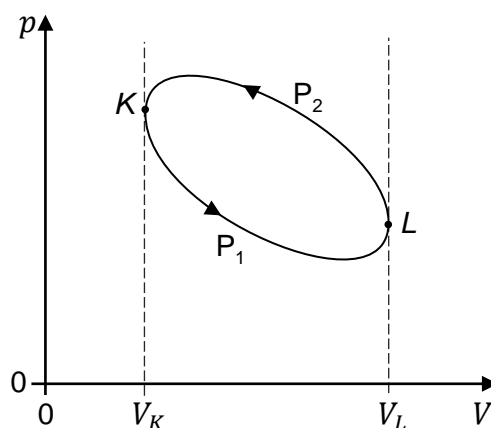
D

**Zadanie 22. Cykle**

Cykl przemian termodynamicznych ustalonej masy gazu, który pełni funkcję czynnika roboczego działającej pompy ciepła lub chłodziarki, przebiega w odwrotnym kierunku niż analogiczny cykl przemian w działającym silniku cieplnym.

**Zadanie 22.1. (0–2)**

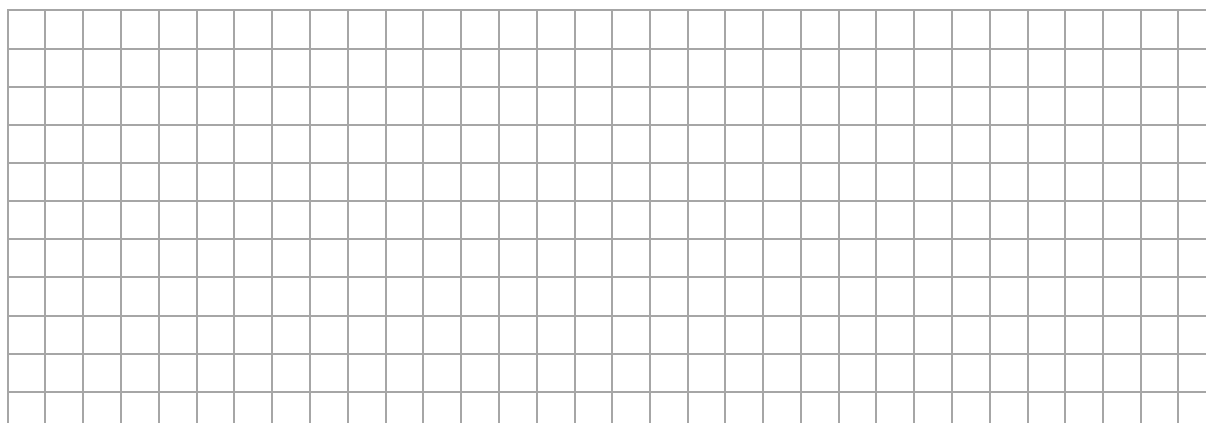
Na poniższym diagramie przedstawiono zależności ciśnienia  $p$  od objętości  $V$  w pewnym cyklu przemian ustalonej masy gazu. Ten gaz podlega rozprężaniu od objętości  $V_K$  do  $V_L$  w przemianie  $P_1$ , a następnie podlega sprężaniu od objętości  $V_L$  do  $V_K$  w przemianie  $P_2$ .



**Wykaż, że ilość ciepła  $|Q_{odd}|$  oddanego w cyklu  $K-L-K$  jest większa od ilości ciepła pobranego  $|Q_{pob}|$  w tym cyklu. W tym celu powołaj się na odpowiednie prawa lub zasady fizyczne i wyprowadź poniższą nierówność:**

$$|Q_{odd}| > |Q_{pob}|$$

*Symbol wartości bezwzględnej  $|\cdot|$  wprowadzono, aby uniezależnić nierówności od przyjętej konwencji znaków dla wymienionego ciepła i wykonanej pracy.*

**Wymaganie ogólne**

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

VI. Termodynamika. Zdający:

- 8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów;
- 14) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach i pompach cieplnych;
- 15) analizuje przedstawione cykle termodynamiczne, [...].

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne wykazanie relacji, odwołujące się prawidłowo do: I zasady termodynamiki oraz tego, że w danym cyklu,  $|W_{spr}| > |W_{roz}|$ .

1 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki z uwzględnieniem odpowiednich znaków (w przyjętej konwencji) wymienionych ciepł i wykonanych prac, oraz uwzględnienie, że zmiana energii wewnętrznej w cyklu jest równa zero

LUB

– zapisanie zależności, że  $|W_{spr}| > |W_{roz}|$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz*

Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla cyklu. Zmiana energii wewnętrznej w całym cyklu wynosi zero, zatem:

$$\Delta U = Q + W = 0$$

Pracę przeciwko sile parcia podczas sprężania gazu oznaczymy jako  $W_{spr}$ , a pracę sił parcia podczas rozprężania oznaczymy jako  $W_{roz}$ . Użyjemy konwencji znaków, w której „-” oznacza przepływ energii z układu do otoczenia (tzn. stratę energii przez układ).

$$0 = |W_{spr}| - |W_{roz}| + |Q_{pob}| - |Q_{odd}|$$

Powyższe równanie przekształcimy do postaci:

$$|W_{spr}| - |W_{roz}| = |Q_{odd}| - |Q_{pob}|$$

*Komentarz*

Zauważmy, że pole obszaru pod krzywą sprężania  $LP_2K$  jest większe od pola obszaru pod krzywą rozprężania  $KP_1L$ . Na podstawie interpretacji pola pod wykresem ciśnienia od objętości jako pracy siły parcia (lub przeciwko sile parcia), stwierdzamy, że:

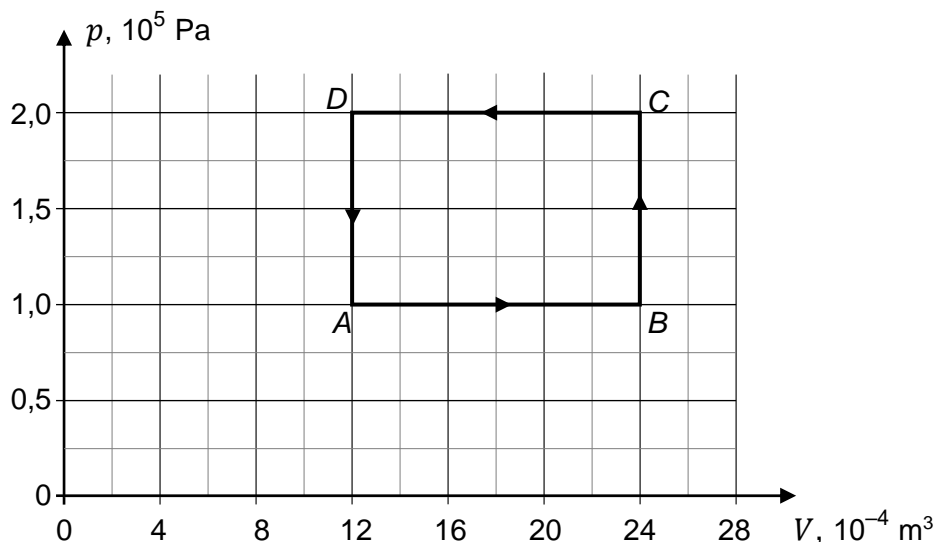
$$|W_{spr}| > |W_{roz}| \implies |W_{spr}| - |W_{roz}| > 0$$

W związku z powyższą nierównością i poprzedzającym je równaniem mamy:

$$|Q_{odd}| - |Q_{pob}| > 0 \implies |Q_{odd}| > |Q_{pob}| \quad \text{c.b.d.o.}$$

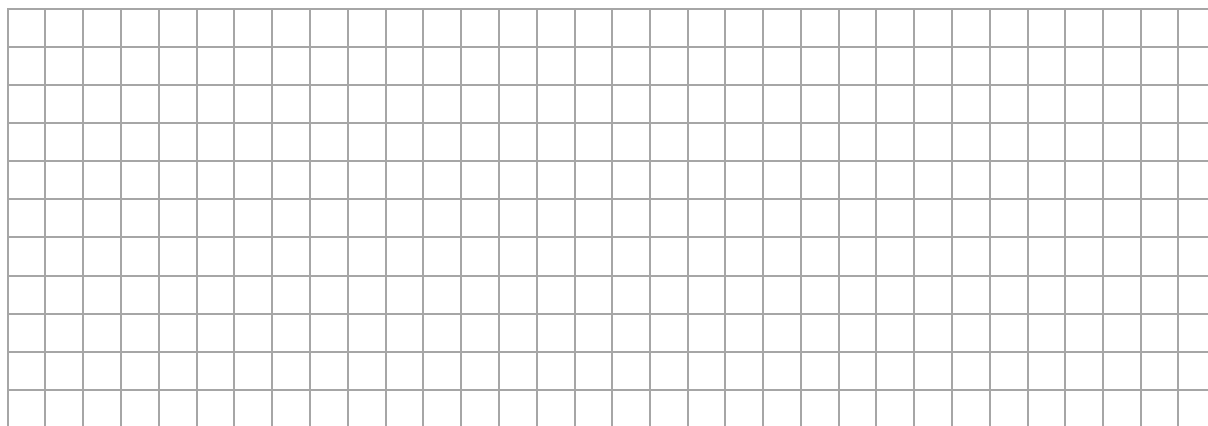
**Zadanie 22.2. (0–3)**

Na diagramie poniżej przedstawiono wykres zależności ciśnienia  $p$  od objętości  $V$  w cyklu  $A-B-C-D-A$  przemian termodynamicznych ustalonej masy gazu doskonałego. Ciepło molowe tego gazu przy stałej objętości wynosi  $C_V = \frac{3}{2}R$ , gdzie  $R$  to stała gazowa.



**Oblicz całkowite ciepło pobrane w cyklu  $A-B-C-D-A$ . Zapisz obliczenia.**

*Wskazówka: iloczyn  $nT$  (liczby moli i temperatury) można wyznaczyć z równania stanu.*

**Wymaganie ogólne**

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

VI. Termodynamika. Zdający:

- 11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego;
- 12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu;
- 13) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu; interpretuje związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego.

**Zasady oceniania**

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia ciepła pobranego oraz wynik liczbowy z jednostką (np. jak w krokach 1.–3.).
- 2 pkt – wykonanie czynności opisanych poniżej za 1 pkt oraz skorzystanie z równania stanu gazu dla przemiany izobarycznej oraz izochorycznej (np. jak w kroku 1. i kroku 2.).
- 1 pkt – zidentyfikowanie przemian A–B i B–C, w których jest pobierane ciepło, oraz zapisanie wyrażenia określającego związek całkowitego ciepła pobranego w cyklu z przyrostami temperatur w poszczególnych przemianach (np. jak w kroku 1.).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz*

Dla porządku zapiszemy dane:

$$V_A = V_D = V_0 = 12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \quad V_B = V_C = 2V_0$$

$$p_A = p_B = p_0 = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad p_C = p_D = 2p_0$$

$$C_V = \frac{3}{2}R \quad C_p = \frac{5}{2}R$$

*Komentarz (krok 1.)*

Ciepło jest pobierane w przemianach A–B i B–C. Zapiszemy wyrażenie określające co do wartości bezwzględnej związek całkowitego ciepła pobranego w cyklu z przyrostami temperatur w poszczególnych przemianach:

$$|Q_{pob}| = |Q_{AB}| + |Q_{BC}| = nC_p|\Delta T_{AB}| + nC_V|\Delta T_{BC}|$$

*Komentarz (krok 2.)*

Z równania stanu wyprowadzimy związki pomiędzy parametrami stanu na początku i końcu przemiany izobarycznej A–B oraz na początku i końcu przemiany izochorycznej B–C:

$$nRT = pV \xrightarrow{A-B, p=p_0} nR(T_B - T_A) = p_0(V_B - V_A) \quad \rightarrow \quad nR\Delta T_{AB} = p_0V_0$$

$$nRT = pV \xrightarrow{B-C, V=2V_0} nR(T_C - T_B) = (p_C - p_B)2V_0 \quad \rightarrow \quad nR\Delta T_{BC} = 2p_0V_0$$

*Komentarz (krok 3.)*

Obliczymy ciepło pobrane z wykorzystaniem wzorów w kroku 1. i kroku 2. oraz danych:

$$|Q_{pob}| = n\frac{5}{2}R|\Delta T_{AB}| + n\frac{3}{2}R|\Delta T_{BC}| = \frac{5}{2}p_0V_0 + \frac{3}{2}2p_0V_0 = 5,5p_0V_0$$

$$|Q_{pob}| = 5,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 660 \text{ J}$$

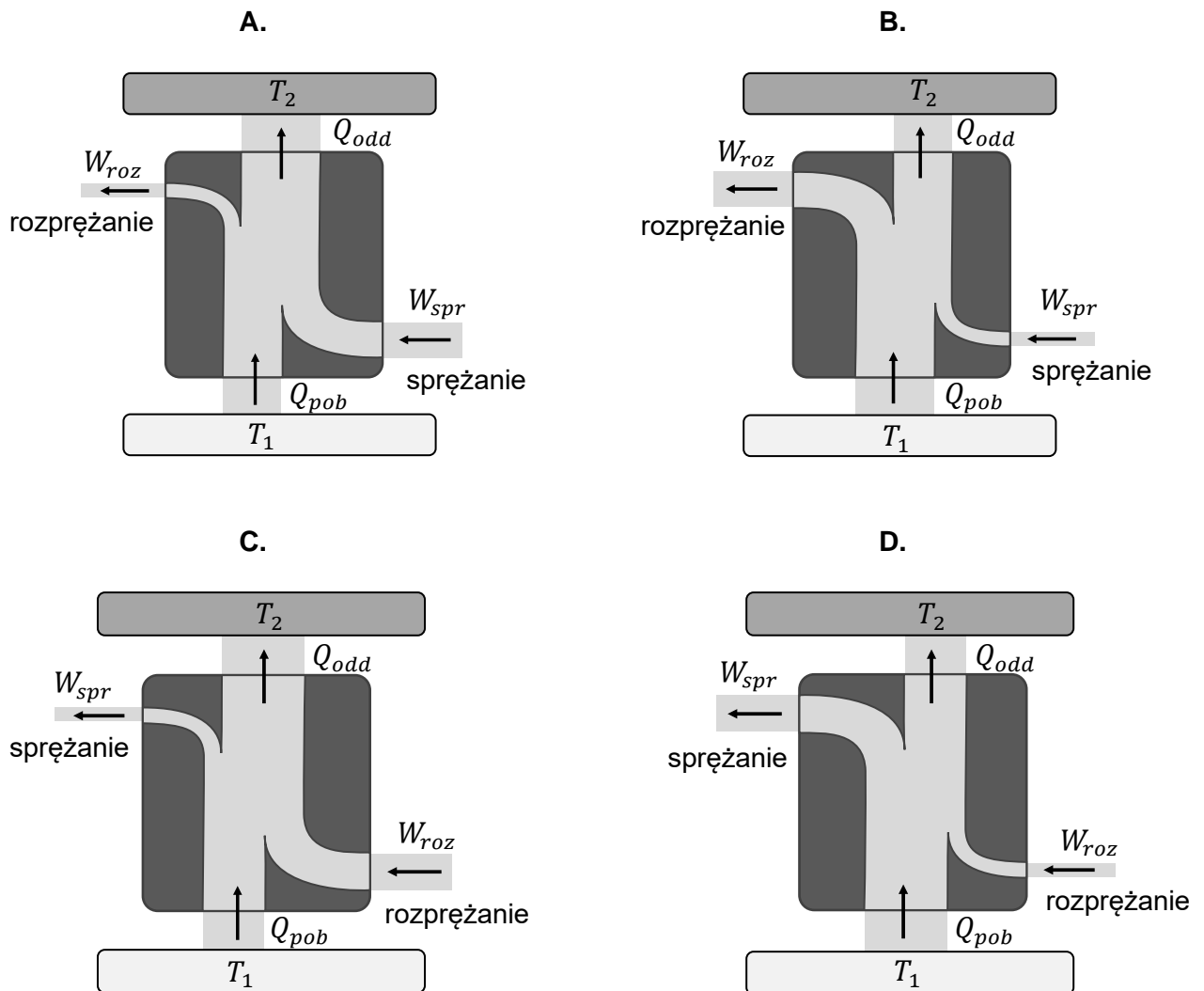
### Zadanie 23. Pompa ciepła

W pompie ciepła tzw. czynnik roboczy pobiera ciepło  $Q_{pob}$  z obszaru o niższej temperaturze  $T_1$  i oddaje ciepło  $Q_{odd}$  do obszaru o wyższej temperaturze  $T_2$ . Podczas wymiany ciepła czynnik roboczy może się rozprężać lub być sprężany albo zmieniać stan skupienia z ciekłego w gazowy i odwrotnie. Praca  $W_{spr}$  wykonana przez siły zewnętrzne przy sprężaniu czynnika roboczego jest większa od  $W_{roz}$  – pracy sił parcia czynnika roboczego przy rozprężaniu. Różnicę tych prac nazwiemy pracą całkowitą  $W_{cal}$ , jaką należy (efektywnie) wykonać nad czynnikiem roboczym pompy pracującej w jednym cyklu.

#### Zadanie 23.1. (0–1)

Przepływ energii w pompie ciepła można przedstawić na schemacie blokowym, na którym szerokości „wstęg” odpowiadają wartościom bezwzględnym pracy podczas rozprężania i sprężania oraz wartościom bezwzględnym ciepła pobieranego i oddawanego.

Na którym diagramie (spośród A–D) prawidłowo przedstawiono schemat blokowy przepływu energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w pompie ciepłej? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.



**Wymaganie ogólne**

- I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

**Wymagania szczegółowe**

- I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
- 7) wyodrębnia [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.
- VI. Termodynamika. Zdający:
- 14) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach i pompach cieplnych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

**Informacja do zadań 23.2.–23.3.**

Efektywność pompy ciepła (którą oznaczymy jako  $EPC$ ) określa się w jednym cyklu jako:

$$EPC = \frac{|Q_{odd}|}{|W_{cal}|}$$

Z praw termodynamiki wynika, że nie może istnieć pompa ciepła pracująca pomiędzy dwoma obszarami o temperaturach  $T_1$  i  $T_2$ , która miałaby efektywność większą niż (temperatury w poniższym wzorze wyrażono w kelwinach):

$$EPC_{max} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

**Zadanie 23.2. (0–2)**

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Jeżeli dwie pompy oddają do otoczenia takie same ilości ciepła, to większą efektywność ma ta spośród pomp, która pobiera więcej ciepła.	P	F
2.	Ciepło, które oddaje pompa ciepła w jednym cyklu pracy, jest mniejsze (co do wartości bezwzględnej) od ciepła pobranego przez nią w jednym cyklu pracy.	P	F
3.	Podczas pracy takiej pompy ciepło samorzutnie przepływa z obszaru o niższej temperaturze do obszaru o wyższej temperaturze.	P	F





**Wymagania ogólne**

- IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.
- II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

- I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
- 7) wyodrębnia z tekstów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...];
- 15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących.
- VI. Termodynamika. Zdający:
- 14) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach i pompach cieplnych.

**Zasady oceniania**

- 2 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy całkowitej oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.
- 1 pkt – przyrównanie  $EPC$  pompy ciepła do efektywności maksymalnej  $EPC_{max}$  pompy idealnej, łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości fizycznych w obu wzorach  $LUB$   
– prawidłowe obliczenie  $EPC_{max}$ .
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz*

Zgodnie z założeniem w zadaniu, przyrównamy  $EPC$  pompy ciepła do efektywności maksymalnej  $EPC_{max}$  pompy idealnej:

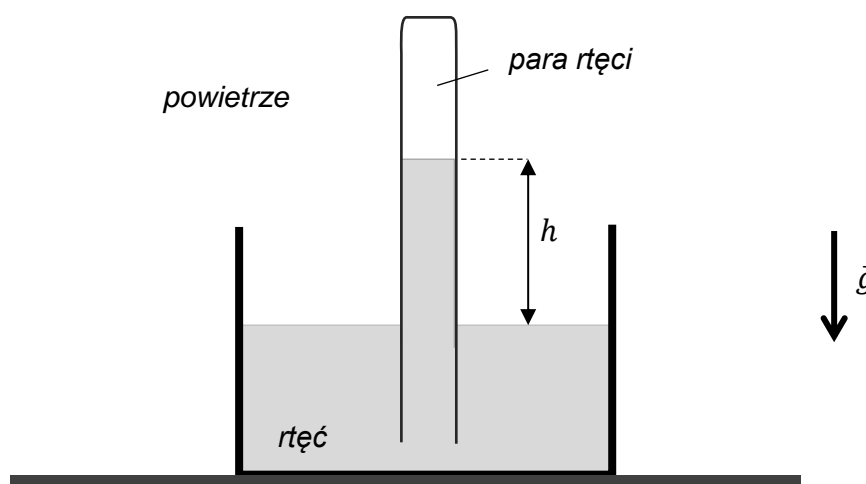
$$EPC = EPC_{max} \quad \rightarrow \quad \frac{|Q_{odd}|}{|W_{cal}|} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

Podstawiamy dane i wykonujemy obliczenia:

$$\frac{85\,300 \text{ kJ}}{|W_{cal}|} = \frac{298 \text{ K}}{15 \text{ K}} \quad \rightarrow \quad \frac{85\,300 \text{ kJ}}{|W_{cal}|} \approx 19,9 \quad \rightarrow \quad |W_{cal}| \approx 4\,290 \text{ kJ}$$

**Zadanie 24. Barometr i rtęć**

Jednostronnie zamkniętą rurkę wypełniono do pełna rtęcią. Następnie rurkę odwrócono do góry dnem, a jej część zanurzono w zbiorniczku z rtęcią w ten sposób, że do wnętrza rurki nie dostało się powietrze (zobacz rysunek poniżej). Po pewnym czasie, przy ustalonej temperaturze otoczenia i rtęci oraz przy ustalonym ciśnieniu zewnętrznym, w tak ustawionej rurce ustalił się słup rtęci o pewnej wysokości. Obszar pomiędzy powierzchnią rtęci w rurce a zamkniętą częścią rurki, w którym początkowo była próżnia, po pewnym czasie wypełniła para rtęci o maksymalnym ciśnieniu dla aktualnej temperatury otoczenia. Maksymalne ciśnienie par rtęci w temperaturze 293 K wynosi około 0,16 Pa. Wpływ zjawisk związanych z napięciem powierzchniowym pomijamy.



*Uwaga! Podczas doświadczenia zachowano wszelkie środki ostrożności.*

**Zadanie 24.1. (0–1)**

Przy ustalonych warunkach opisanych w treści zadania 24. rtęć paruje do powietrza.

**Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.**

W czasie, gdy rtęć paruje do powietrza w opisanej sytuacji, to

<b>A.</b>	pobiera ciepło z otoczenia,	a ciśnienie pary w rurce	<b>1.</b>	maleje.
<b>B.</b>	oddaje ciepło do otoczenia,		<b>2.</b>	rośnie.
<b>C.</b>	nie wymienia ciepła z otoczeniem,		<b>3.</b>	pozostaje stałe.

**Wymaganie ogólne**

- I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

**Wymagania szczegółowe**

VI. Termodynamika. Zdający:

- 4) opisuje przykłady współistnienia substancji w różnych fazach w stanie równowagi termodynamicznej;
- 5) wykorzystuje pojęcie ciepła [...] ciepła przemiany fazowej w analizie bilansu cieplnego.

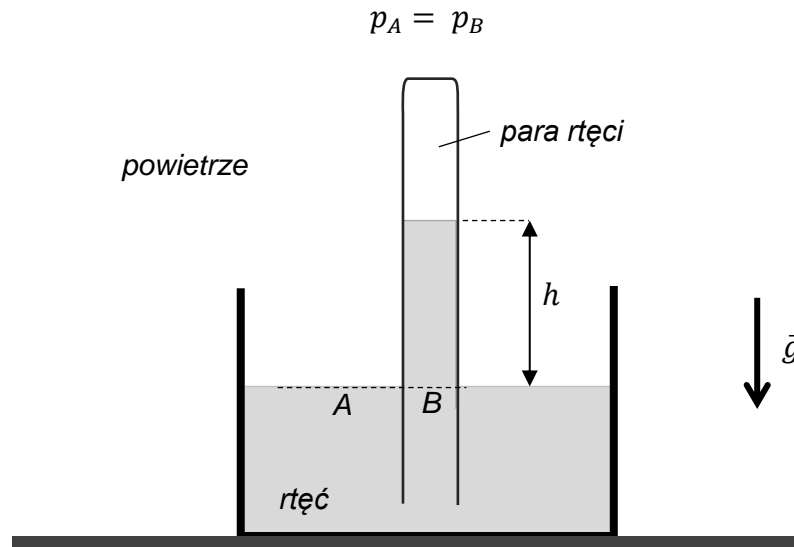




## Przykładowe pełne rozwiązanie

## Komentarz

Zgodnie z prawem Pascala, ciśnienie w cieczy jednorodnej na tym samym poziomie jest stałe. Porównujemy ciśnienia na tym samym poziomie rtęci w punktach A i B:



Ciśnienie w punkcie A jest równe ciśnieniu atmosferycznemu, a ciśnienie w punkcie B jest równe sumie ciśnienia słupa rtęci i ciśnienia  $p_n(T)$  pary nad słupem rtęci. Zastosujemy wzór na ciśnienie słupa rtęci, a ciśnienie pary rtęci pominiemy:

$$p_A = p_{at} \quad p_B = p_n(T) + \rho(T)gh \approx \rho(T)gh$$

$$p_{at} = \rho(T)gh$$

$$h \approx \frac{1013 \cdot 10^2 \text{ Pa}}{13,55 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,807 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 0,762314 \dots \text{ m} \approx 762,3 \text{ mm}$$

**ELEMENTY FIZYKI ATOMOWEJ, JĄDROWEJ I RELATYWISTYCZNEJ****Zadanie 25. Jądro technetu**

W diagnostyce i terapii medycznej stosuje się m.in. jądrowe promieniowanie gamma z zakresu niskich energii. Źródłem takiego promieniowania są procesy zachodzące w jądrach izotopów pierwiastków promieniotwórczych. Jednym z takich procesów, które wykorzystuje się w medycynie, jest przejście jądra technetu  ${}^{99m}_{43}\text{Tc}$  ze stanu wzbudzonego do stanu podstawowego  ${}^{99}\text{Tc}$  (lewy górny indeks  $m$  oznacza stan wzbudzony). W tym procesie jest emitowany kwant gamma.

Czas połowicznego rozpadu (w tym przypadku przejścia do stanu podstawowego) wzbudzonych jąder technetu wynosi  $T = 6$  h. Masa jądra technetu  ${}^{99}\text{Tc}$  w stanie podstawowym wynosi  $m = 164,23768 \cdot 10^{-27}$  kg.

Jądra wzbudzonego technetu  ${}^{99m}_{43}\text{Tc}$  otrzymuje się m.in. w wyniku przemiany  $\beta^-$ , której podlegają jądra izotopu molibdenu  ${}^{99}\text{Mo}$ . W innej metodzie jądra wzbudzonego technetu  ${}^{99m}_{43}\text{Tc}$  otrzymuje się w wyniku ostrzeliwania wiązką rozpędzonych protonów tarczy z izotopu molibdenu  ${}^{100}\text{Mo}$ . Gdy jeden proton uderzy w jądro  ${}^{100}\text{Mo}$ , to dochodzi do reakcji jądrowej, której produktami są jądro  ${}^{99m}_{43}\text{Tc}$  oraz dwie pewne cząstki elementarne.

**Zadanie 25.1. (0–3)**

**Zapisz poniżej równania reakcji/przemian jądrowych 1.–3., opisanych w informacji do zadania 25. Uwzględnij liczby atomowe oraz liczby masowe jąder, oznaczenie stanu wzbudzonego jądra, oznaczenie fotonu oraz liczbę cząstek elementarnych.**

1. Reakcja przemiany jądra technetu ze stanu wzbudzonego do stanu podstawowego:

2. Reakcja przemiany  $\beta^-$ , w wyniku której z jądra  ${}^{99}\text{Mo}$  powstaje jądro technetu w stanie wzbudzonym:

3. Reakcja jądrowa zderzenia protonu z jądrem  ${}^{100}\text{Mo}$ , w wyniku której powstaną jądro technetu w stanie wzbudzonym i dwie cząstki elementarne:





**Wymagania szczegółowe**

- I. Wymagania przekrojowe. Zdający:
- 4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem.
- XII. Elementy fizyki relatywistycznej i fizyka jądrowa. Zdający:
- 12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu; oblicza liczbę jąder izotopu promieniotwórczego, które pozostają w próbce po dowolnym czasie [...].

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku  $N_r(t)/N_0$  oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

1 pkt – poprawna metoda obliczenia stosunku  $N(t)/N_0$  oraz prawidłowy wynik liczbowy.

*LUB*

- zapisanie prawa rozpadu promieniotwórczego do obliczenia  $N(t)$ , łącznie z prawidłowym określeniem wykładnika  $t/T$  potęgi liczby  $\frac{1}{2}$ , oraz zapisanie wyrażenia na liczbę jąder wzbudzonych, która przeszła do stanu podstawowego po czasie  $t$ :  $N_r(t) = N_0 - N(t)$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz*

Zastosujemy statystyczne prawo rozpadu promieniotwórczego. Obliczymy, jaka część liczby jąder wzbudzonych pozostanie w próbce po czasie  $t$ . Oznaczmy przez  $N_0$  liczbę jąder wzbudzonych w chwili początkowej, a przez  $N(t)$  – liczbę jąder wzbudzonych pozostających w próbce po czasie  $t$  od chwili początkowej:

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2h}{6h}} \quad \rightarrow \quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Obliczenie potęgi wykonujemy na kalkulatorze naukowym:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0,79$$

*Komentarz*

Liczba jąder wzbudzonych  $N_r(t)$ , która przeszła do stanu podstawowego po czasie  $t$ , wynosi:

$$N_r(t) = N_0 - N(t)$$

a zatem:

$$\frac{N_r(t)}{N_0} = \frac{N_0 - N(t)}{N_0} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0,21$$



**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla układu jądro – foton z uwzględnieniem energii spoczynkowych jąder technetu (wzór Einsteina) i energii fotonu. Energię kinetyczną jądra po emisji fotonu pominiemy:

$$m_m c^2 = mc^2 + E_\gamma$$

*Komentarz (krok 2.)*

W powyższym wzorze zastosujemy wzór Plancka na energię fotonu, następnie podstawimy odpowiednie wartości liczbowe do uzyskanego wyrażenia:

$$m_m c^2 = mc^2 + \frac{hc}{\lambda} \quad \rightarrow \quad m_m = m + \frac{h}{c\lambda}$$
$$m_m = 164,23768 \cdot 10^{-27} \text{ kg} + \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)} \cdot 8,69 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$$

*Komentarz (krok 3.)*

Wykonujemy obliczenia, a wynik zaokrąglamy do ośmiu cyfr znaczących:

$$m_m \approx 164,23768 \cdot 10^{-27} \text{ kg} + 0,254 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$m_m \approx 164,23768 \cdot 10^{-27} \text{ kg} + 0,00025 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 164,23793 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$



$$\vec{p}_{at} = -\vec{p}_f \quad \xrightarrow{\text{wartości}} \quad p_{at} = p_f$$

gdzie:

$$p_{at} = mv$$

#### Komentarz (krok 2.)

Skorzystamy ze wzorów na energię fotonu i pęd fotonu:

$$E_f = \frac{hc}{\lambda} \quad p_f = \frac{h}{\lambda}$$

i wyznaczmy związek między energią fotonu a jego pędem:

$$p_f = \frac{E_f}{c}$$

#### Komentarz (krok 3.)

Otrzymane związki podstawimy do zasady zachowania pędu i wykonamy obliczenia:

$$mv = \frac{E_f}{c}$$

$$v = \frac{E_f}{mc} = \frac{59,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2,19 \cdot 10^{-25} \cdot 3 \cdot 10^8} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 14,5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,145 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### Informacja do zadań 26.2.–26.3.

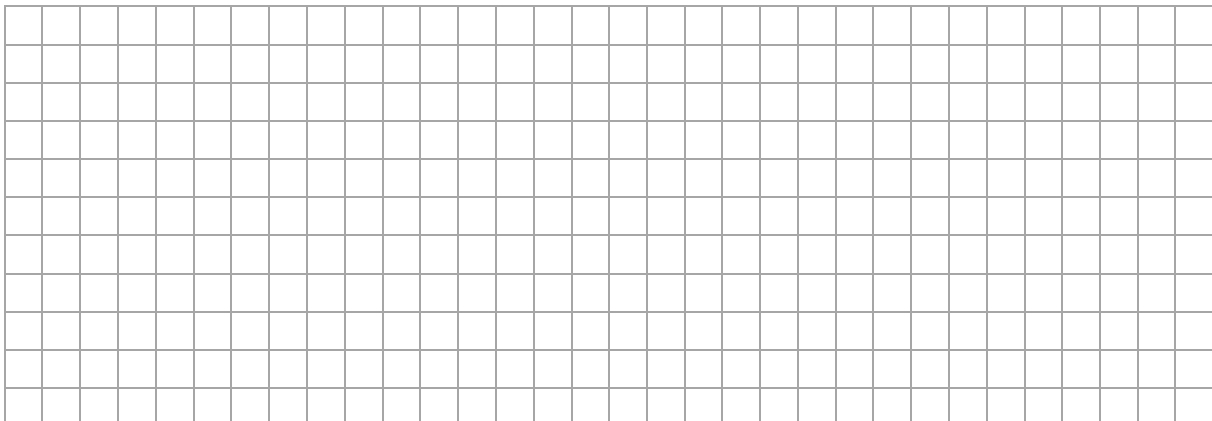
Poniższy wzór pozwala wyznaczyć iloraz energii kinetycznej  $E_{kin}$ , jaką uzyskał atom w wyniku odrzutu przy emisji fotonu, do energii  $E_f$  emitowanego fotonu:

$$\frac{E_{kin}}{E_f} = \frac{E_f}{2mc^2}$$

gdzie  $m$  oznacza masę atomu, a  $c$  oznacza wartość prędkości światła w próżni.

#### Zadanie 26.2. (0–2)

Wyprowadź wzór podany w powyższej informacji. Podaj wszystkie zależności niezbędne do jego wyprowadzenia.



**Wymaganie ogólne**

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

19) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.

XI. Fizyka atomowa. Zdający:

2) [...]; posługuje się pojęciem fotonu oraz oblicza jego energię;

5) posługuje się pojęciem pędu fotonu; stosuje zasadę zachowania energii i zasadę zachowania pędu do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy; opisuje odrzut atomu emitującego kwant światła.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne wyprowadzenie żądanej zależności z wykorzystaniem wzoru na energię kinetyczną odrzuconego atomu, związku między pędem fotonu i energią fotonu oraz z wykorzystaniem zasady zachowania pędu.

1 pkt – zapisanie zasady zachowania pędu dla układu atom – foton, łącznie z zapisaniem wzorów na energię kinetyczną odrzuconego atomu i energię fotonu

*LUB*

– zapisanie zasady zachowania pędu dla układu atom – foton, łącznie z zastosowaniem wzorów na pęd atomu i pęd fotonu.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz*

Wyrazimy energię kinetyczną odrzuconego atomu za pomocą jego pędu, z wykorzystaniem wzorów:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{oraz} \quad p_{at} = mv$$

$$E_{kin} = \frac{p_{at}^2}{2m}$$

Zastosujemy związek między pędem fotonu a energią fotonu:

$$p_f = \frac{E_f}{c}$$

Zastosujemy zasadę zachowania pędu układu atom – foton:

$$p_{at} = p_f$$

Obliczamy iloraz energii kinetycznej atomu do energii fotonu, z wykorzystaniem powyższych zależności:

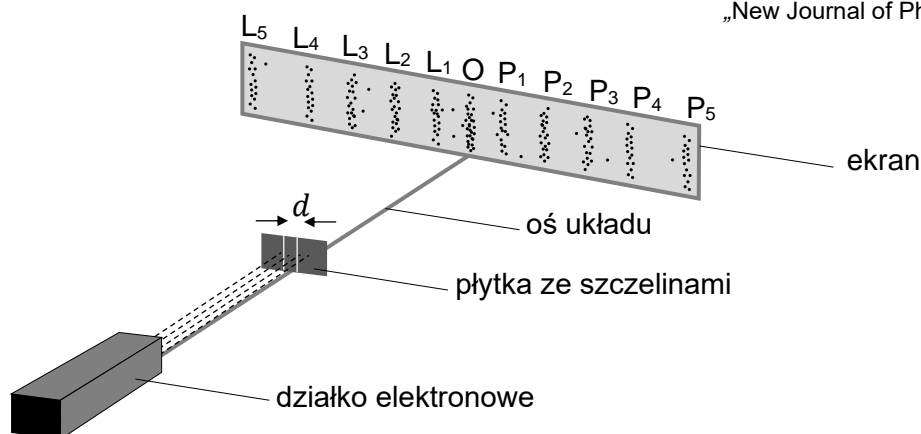
$$\frac{E_{kin}}{E_f} = \frac{p_{at}^2}{2mE_f} = \frac{p_f^2}{2mE_f} = \frac{\left(\frac{E_f}{c}\right)^2}{2mE_f} = \frac{E_f}{2mc^2}$$



### Zadanie 27. Interferencja elektronu na podwójnej szczelinie

Wiązkę elektronów rozpędzono w polu elektrycznym napięciem  $U = 610 \text{ V}$  i skierowano prostopadłe na ekran. Pomiędzy działkiem elektronowym a ekranem, na drodze wiązki elektronów, ustawiono płytkę ze szczelinami. Odległość pomiędzy środkami szczelin wynosiła  $d = 270 \text{ nm}$ , a szerokość szczelin w stosunku do odległości między nimi była bardzo mała. Elektrony padające na ekran po przejściu przez płytkę utworzyły obraz interferencyjny w postaci prążków. Miejsca, w których obserwuje się na ekranie lokalne maksima liczby elektronów (prążki), oznaczono  $L_1$ – $L_5$ ,  $O$  oraz  $P_1$ – $P_5$ . Przyjmij, że elektrony poruszały się w próżni i wystrzeliwane były z działka pojedynczo (!).

Na podstawie: R. Bach, D. Pope, Sy-Hwang Liou and H. Batelaan, *Controlled double-slit electron diffraction*, „New Journal of Physics”, marzec 2013.



*Uwaga! Rozmiary i kąty na rysunku są umowne, a otrzymany obraz został powiększony.*

#### Zadanie 27.1. (0–1)

**Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C i jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.**

Jeżeli napięcie  $U$  przyspieszające elektrony wzrośnie, a inne warunki doświadczenia pozostaną bez zmian, to kąty, pod którymi obserwuje się na ekranie lokalne maksimum liczby elektronów,

<b>A.</b>	wzrosną,	ponieważ długość fali de Broglie'a każdego elektronu w przyspieszonej wiązce	<b>1.</b>	się nie zmieni.
<b>B.</b>	zmaleją,		<b>2.</b>	zmaleje.
<b>C.</b>	się nie zmienią,		<b>3.</b>	wzrośnie.

#### Wymaganie ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

#### Wymagania szczegółowe

X. Fale i optyka. Zdający:

11) opisuje zależność przestrzennego obrazu interferencji od długości fali i odległości między źródłami.

XI. Fizyka atomowa. Zdający:

7) opisuje zjawiska dyfrakcji oraz interferencji elektronów i innych cząstek; oblicza długość fali de Broglie'a poruszających się cząstek.





**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Zastosujemy związek między energią kinetyczną, którą uzyskał elektron w polu elektrycznym, a pracą siły elektrycznej działającej na ten elektron, łącznie ze wzorem na energię kinetyczną:

$$\Delta E_{kin} = W_E \quad \text{gdzie} \quad \Delta E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

Ponadto zastosujemy wzór na pracę w polu elektrycznym:

$$W_E = eU$$

Z tego wynika, że:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU$$

*Komentarz (krok 2.)*

Wyrazimy energię kinetyczną za pomocą pędu i masy elektronu:

$$p = mv \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

Z powyższych zależności otrzymujemy:

$$\frac{p^2}{2m} = eU$$

*Komentarz (krok 3.)*

Wykonujemy obliczenia:

$$p = \sqrt{2m\Delta E_{kin}} \quad \rightarrow \quad p = \sqrt{2meU}$$

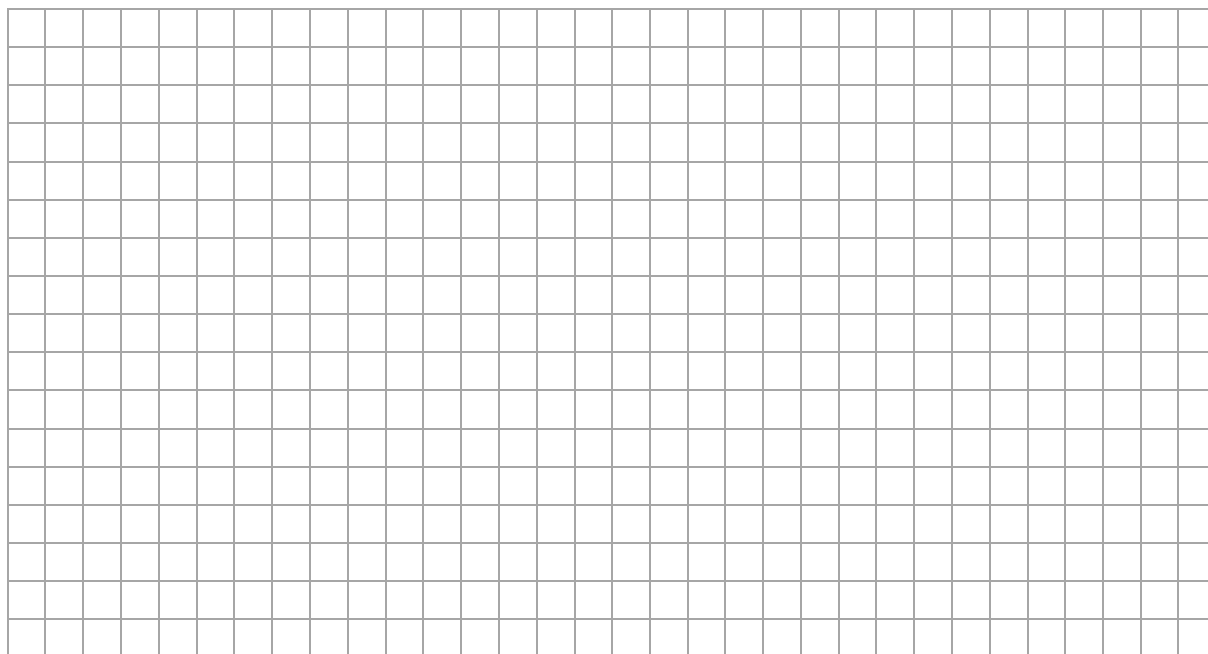
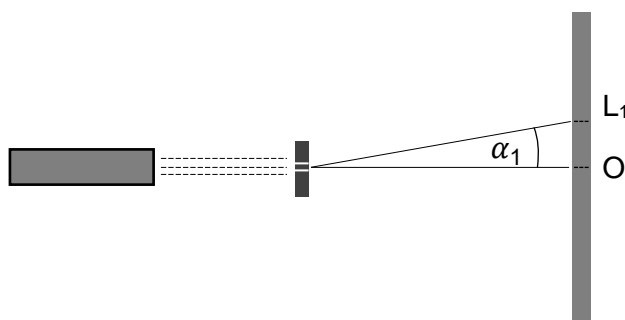
$$p = \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,1 \cdot 10^2} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$p = 13,3 \cdot 10^{-24} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 1,33 \cdot 10^{-23} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

**Zadanie 27.3. (0–2)**

Oblicz kąt  $\alpha_1$  określony pomiędzy osią układu a kierunkiem, pod jakim obserwuje się na ekranie pierwsze lokalne maksimum liczby rejestrowanych elektronów ( $L_1$ ). Zapisz obliczenia.

Do obliczeń przyjmij, że wartość pędu pojedynczego elektronu w rozprężonej wiązce jest równa  $p = 1,33 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot (\text{m/s})$ .

**Wymaganie ogólne**

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem.

X. Fale i optyka. Zdający:

14) opisuje obraz powstający po przejściu światła przez siatkę dyfrakcyjną; stosuje do obliczeń związki między kątem dyfrakcji, stałą siatki i długością fali.

XI. Fizyka atomowa. Zdający:

7) opisuje zjawiska dyfrakcji oraz interferencji elektronów i innych cząstek; oblicza długość fali de Broglie'a poruszających się cząstek.

### Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia kąta  $\alpha_1$  oraz prawidłowa wartość kąta  $\alpha_1$ .

1 pkt – zastosowanie wzoru de Broglie'a oraz prawidłowe obliczenie długości fali elektronu  
LUB

– zastosowanie wzoru de Broglie'a łącznie z zastosowaniem wzoru na wzmocnienie interferencyjne fali przechodzącej przez układ dwóch szczelin.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

#### Komentarz

Wyznamy długość fali prawdopodobieństwa (fali de Broglie'a) elektronu ze związku między długością fali a pędem swobodnej cząstki:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{1,33 \cdot 10^{-23} \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}} \approx 5,0 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,05 \text{ nm}$$

#### Komentarz

Do obliczenia kąta wykorzystamy wzór na wzmocnienie interferencyjne fali elektronu przechodzącej przez układ dwóch szczelin (dla  $n = 1$ ):

$$n\lambda = d \sin \alpha_n \quad \rightarrow \quad \sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{d}$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{d} = \frac{0,05 \text{ nm}}{270 \text{ nm}} = 0,000(185) \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \quad \alpha_1 \approx 0,011^\circ \approx 0,0002 \text{ rad}$$

#### Uwaga!

Opisany eksperyment dyfrakcji pojedynczych elektronów – jeden z najdonioślejszych w fizyce – jest realizacją eksperymentu myślowego Richarda Feynmana. Sam Feynman pisał o tym zjawisku jako mającym w sobie serce mechaniki kwantowej i zawierającym tajemnicę.

Efekty zaobserwowane w opisanym doświadczeniu są niezwykle subtelne. Uzyskano bardzo małe kąty obserwacji wzmocnień interferencyjnych, ale znacząco większe od stosunku  $d$ /(odległość płytki do ekranu). Dlatego otrzymany na ekranie obraz dyfrakcji i interferencji elektronów także był bardzo mały. Uzyskany wzór powiększono za pomocą elektrostacyjnej soczewki kwadrupolowej i zobrazowano na specjalnym ekranie.

Wyniki doświadczenia potwierdzają falowe własności pojedynczych elektronów.

**Zadanie 27.4. (0–1)**

**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Gdy elektron wyleci z działka elektronowego, to miejsce, na które padnie na ekranie po przejściu przez płytkę z dwoma szczelinami,

- A. może być jednoznacznie przewidziane na podstawie zasad dynamiki, położenia początkowego i prędkości początkowej elektronu oraz działających na niego sił.
- B. może być jednoznacznie przewidziane jedynie na podstawie toru ruchu elektronu przed płytką i położenia szczelin w płytce względem tego toru.
- C. nie może być ściśle przewidziane, ale może być określone z pewnym prawdopodobieństwem, zależącym od pędu elektronu i od odległości między szczelinami.
- D. nie może być ściśle przewidziane, ale może być określone z pewnym prawdopodobieństwem, zależącym od tego, przez którą szczelinę przeszedł elektron.

**Wymaganie ogólne**

- V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

- X. Fale i optyka. Zdający:
  - 11) opisuje zależność przestrzennego obrazu interferencji od długości fali i odległości między źródłami;
  - 14) opisuje obraz powstający po przejściu światła przez siatkę dyfrakcyjną; stosuje do obliczeń związek między kątem dyfrakcji, stałą siatki i długością fali.
- XI. Fizyka atomowa. Zdający:
  - 7) opisuje zjawiska dyfrakcji oraz interferencji elektronów i innych cząstek; oblicza długość fali de Broglie'a poruszających się cząstek.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 28. Energia całkowita, spoczynkowa i kinetyczna cząstki**

Cząstka o masie  $m$  porusza się w układzie inercjalnym z prędkością o wartości  $v$ . Energię kinetyczną cząstki oznaczmy jako  $E_k$ , jej energię spoczynkową oznaczmy jako  $E_0$ , a energię całkowitą cząstki oznaczmy przez  $E$ .

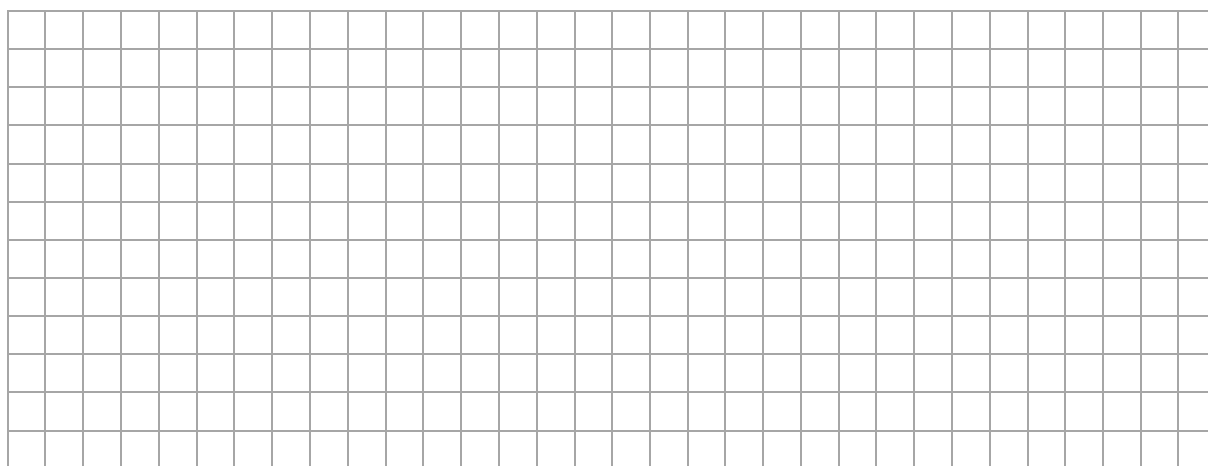
**Zadanie 28.1. (0–2)**

**Wykaż, że jeżeli energia spoczynkowa cząstki jest znacznie mniejsza od energii kinetycznej:**

$$E_0 \ll E_k$$

**to cząstka porusza się z prędkością bliską prędkości światła, tzn.:**

$$\frac{v}{c} \approx 1$$

**Wymaganie ogólne**

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

**Wymagania szczegółowe**

I. Wymagania przekrojowe. Zdający:

19) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń.

XII. Elementy fizyki relatywistycznej i fizyka jądrowa. Zdający:

2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne wykazanie tezy: tzn. poprawna analiza zależności między stosunkiem  $v/c$  a stosunkiem  $E_0/E$ , łącznie z powołaniem się na założenie oraz na związek między energią całkowitą, spoczynkową i kinetyczną (np. jak w krokach 1.–2.).

1 pkt – wyprowadzenie (lub zapisanie) związku między stosunkiem  $v/c$  a stosunkiem  $E_0/E$  (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania****Sposób 1.***Komentarz (krok 1.)*

Skorzystamy ze wzorów na energię całkowitą i spoczynkową:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad E_0 = mc^2$$

Zapiszemy związek między tymi energiami:

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Z powyższego równania wyznaczmy iloraz  $v/c$  i dalej zbadamy, jak on zależy od energii całkowitej oraz energii kinetycznej.

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \rightarrow \quad \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2}$$

*Komentarz (krok 2.)*

Następnie przeprowadzimy analizę otrzymanego wzoru. Wykorzystamy założenie zadania oraz związek między energią całkowitą a energią kinetyczną:

$$E_0 \ll E_k \Leftrightarrow \frac{E_0}{E_k} \approx 0 \quad \text{oraz} \quad E = E_k + E_0$$

$$\text{Jeżeli} \quad \frac{E_0}{E_k} \approx 0 \quad \text{to także} \quad \frac{E_0}{E_k + E_0} = \frac{E_0}{E} \approx 0$$

Dlatego:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2} \approx \sqrt{1 - 0^2} \approx 1$$

**Sposób 2.***Komentarz (krok 1.)*

Skorzystamy ze wzorów na energię całkowitą i spoczynkową:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad E_0 = mc^2$$

Zapiszemy iloraz  $E_0/E$ :

$$\frac{E_0}{E} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$





**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Na początku musimy rozstrzygnąć, czy będziemy stosowali wzory mechaniki klasycznej, czy mechaniki relatywistycznej. Wzory mechaniki klasycznym mogliśmy zastosować, gdyby energia kinetyczna elektronu okazała się znacznie mniejsza od energii spoczynkowej elektronu. Dlatego najpierw obliczymy energię spoczynkową elektronu.

$$E_0 = mc^2 \quad \rightarrow \quad E_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \approx 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Następnie obliczymy energię kinetyczną elektronu. Zastosujemy związek między energią kinetyczną, którą uzyskał elektron w polu elektrycznym, a pracą siły elektrycznej działającej na ten elektron:

$$\Delta E_k = W_E \quad \text{gdzie} \quad W_E = eU$$

$$E_k - 0 = eU \quad \rightarrow \quad E_k = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 8,0 \cdot 10^5 \text{ V} = 12,8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

*Komentarz (krok 2.)*

Energia kinetyczna elektronu jest porównywalna z jego energią spoczynkową, a nawet jest od niej większa. Dlatego prędkość elektronu obliczymy ze wzoru relatywistycznego na energię całkowitą. W tym celu najpierw obliczymy energię całkowitą jako sumę energii kinetycznej i spoczynkowej.

$$E = E_k + E_0 \quad \rightarrow \quad E \approx 21 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Do obliczenia prędkości elektronu wykorzystamy związek między energią całkowitą a prędkością elektronu:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

*Komentarz (krok 3.)*

Z powyższego wzoru wyznaczmy prędkość elektronu i obliczymy jej wartość.

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2}$$

$$v \approx \sqrt{1 - \left(\frac{8,2}{21}\right)^2} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,92 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,8 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

*Uwaga!*

Zastosowanie wzoru klasycznego na energię kinetyczną ( $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ) byłoby w tym przypadku błędne i doprowadziłoby do wyniku  $v \approx 5,3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , w którym prędkość elektronu byłaby większa od prędkości światła (co jest niemożliwe).



### 3. Informacja o egzaminie maturalnym z fizyki dla absolwentów niesłyszących

Informacje o egzaminie maturalnym z fizyki przedstawione w rozdziale [1. Opis egzaminu maturalnego z fizyki](#) dotyczą również egzaminu dla absolwentów niesłyszących. Ponadto zdający niesłyszący przystępują do egzaminu maturalnego w warunkach i formie dostosowanych do potrzeb wynikających z ich niepełnosprawności.

Dostosowanie warunków przeprowadzenia egzaminu maturalnego dla absolwentów niesłyszących obejmuje m.in. czas trwania egzaminu. Dostosowanie formy egzaminu maturalnego z fizyki dla absolwentów niesłyszących polega na przygotowaniu odpowiednich arkuszy, w których uwzględnia się zmianę sposobu formułowania treści niektórych zadań i poleceń. Zmiany te dotyczą zamiany pojedynczych słów, zwrotów lub całych zdań – jeśli mogłyby one być niezrozumiałe lub błędnie zrozumiane przez osoby niesłyszące. Jednak takie zmiany nie mogą wpływać na merytoryczną treść zadania oraz nie mogą dotyczyć terminów typowych dla danej dziedziny wiedzy.

Szczegółowe informacje z tym związane określone są w *Komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w sprawie szczegółowych sposobów dostosowania warunków i form przeprowadzania egzaminu maturalnego w danym roku szkolnym*.

W dalszej części tego rozdziału zostały przedstawione przykładowe zadania, które ilustrują sposób dostosowania niektórych zadań wybranych z rozdziału [2. Przykładowe zadania z rozwiązaniami](#). Zachowano tę samą numerację zadań.







**Komentarz (krok 2.)**

Obliczymy wartość prędkości kulki po odbiciu. Zapiszemy związek między energią mechaniczną przed odbiciem i po odbiciu kulki:

$$0,75 \cdot E_{\text{przed}} = E_{\text{po}}$$

$$0,75 \cdot \left( \frac{1}{2} m v_0^2 + mgh \right) = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{0,75 \cdot (2gh + v_0^2)}$$

$$v_2 = \sqrt{0,75 \cdot \left( 2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,80 \text{ m} + 3^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right)} \approx 5,85 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Komentarz (krok 3.)**

Obliczoną wartość  $v_2$  podstawimy (wpiszemy) do wzoru na siłę reakcji wyznaczonego z równań w kroku 1.

$$F_R = \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} + F_g$$

$$F_R = \frac{0,25 \text{ kg} \cdot (5,85 + 6,75) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,005 \text{ s}} + 0,25 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$F_R \approx 630,0 \text{ N} + 2,45 \text{ N} \approx 632,5 \text{ N}$$





**Zasady oceniania**

- 3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia mimośrod oraz prawidłowy wynik liczbowy (np. jak w krokach 1.–3.) zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących.
- 2 pkt – poprawne wyrażenie wzoru na mimośród za pomocą prędkości (np. jak w krokach 1. i 2.).
- 1 pkt – zapisanie równania zasady zachowania momentu pędu łącznie z prawidłową identyfikacją wielkości z danymi (np. jak w pierwszym wzorze w kroku 2.).  
LUB
- częściowe wyprowadzenie wzoru na mimośród, tzn. zapisanie go za pomocą odległości (np. jak w kroku 1.).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Zapiszemy wzór na mimośród. Skorzystamy z dwóch ostatnich informacji w zadaniu. Wynik zapiszemy za pomocą stosunku odległości:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{r_A - r_P}{2}}{\frac{r_A + r_P}{2}} = \frac{r_A - r_P}{r_A + r_P} = \frac{1 - \frac{r_P}{r_A}}{1 + \frac{r_P}{r_A}}$$

*Komentarz (krok 2.)*

Powyższy wzór przedstawimy za pomocą prędkości. Skorzystamy z zasady zachowania momentu pędu punktu materialnego poruszającego się pod działaniem siły centralnej. Porównamy momenty pędu w peryhelium i aphelium:  $L_P = L_A$ , dlatego:

$$mv_P r_P = mv_A r_A \quad \rightarrow \quad \frac{r_P}{r_A} = \frac{v_A}{v_P}$$

Zapiszemy wzór na mimośród za pomocą stosunku prędkości:

$$e = \frac{1 - \frac{r_P}{r_A}}{1 + \frac{r_P}{r_A}} = \frac{1 - \frac{v_A}{v_P}}{1 + \frac{v_A}{v_P}}$$

*Komentarz (krok 3.)*

Obliczymy mimośród orbity:

$$e = \frac{1 - \frac{2,25}{5,81}}{1 + \frac{2,25}{5,81}} \approx \frac{1 - 0,387}{1 + 0,387} \approx 0,44$$



**Zadanie 7.3. (0–3)**

Wyprowadź poniższe wzory, z których można obliczyć wartości prędkości planety w punktach peryhelium i aphelium. Masę Słońca oznaczamy jako  $M$ , stałą grawitacji oznaczamy jako  $G$ :

$$v_p = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_p}} \quad v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_p}{r_A}}$$

**Zasady oceniania**

- 3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzorów i prawidłowa postać wzorów na prędkość planety w peryhelium i aphelium (np. jak w krokach 1.–3.).
- 2 pkt – zapisanie zasad zachowania z prawidłowym użyciem wzorów na energie kinetyczne, potencjalne, momenty pędu, łącznie z prawidłowym oznaczeniem wielkości (np. jak w krokach 1. i 2.).
- 1 pkt – skorzystanie z zasady zachowania momentu pędu i zasady zachowania energii mechanicznej w ruchu orbitalnym planety (np. jak w kroku 1.).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie***Komentarz (krok 1.)*

Wykorzystamy zasadę zachowania momentu pędu oraz zasadę zachowania energii mechanicznej. Moment pędu  $\vec{L}$  planety względem centrum grawitacyjnego nie zmienia się podczas ruchu orbitalnego planety, ponieważ siła grawitacji jest siłą centralną. Energia mechaniczna  $E$  planety jest stała podczas jej ruchu orbitalnego, ponieważ siła grawitacji jest siłą zachowawczą. Porównamy obie wielkości do siebie w punkcie peryhelium  $P$  i punkcie aphelium  $A$ :

$$\begin{cases} L_P = L_A \\ E_P = E_A \end{cases}$$

**Komentarz (krok 2.)**

Wykorzystamy wzory na moment pędu oraz energię mechaniczną w punktach P i A:

$$\begin{cases} mv_P r_P = mv_A r_A \\ \frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{GMm}{r_P} = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GMm}{r_A} \end{cases}$$

**Komentarz (krok 3.)**

Z powyższego układu równań wyznaczmy prędkości w funkcji parametrów orbity i masy Słońca:

$$\begin{cases} v_P = v_A \frac{r_A}{r_P} \\ \frac{1}{2}v_P^2 - \frac{GM}{r_P} = \frac{1}{2}v_A^2 - \frac{GM}{r_A} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}\left(v_A \cdot \frac{r_A}{r_P}\right)^2 - \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{GM}{r_P} - \frac{GM}{r_A}$$

$$\frac{1}{2}v_A^2 \left(\frac{r_A^2}{r_P^2} - 1\right) = GM \left(\frac{1}{r_P} - \frac{1}{r_A}\right)$$

$$\frac{1}{2}v_A^2 \left(\frac{r_A^2 - r_P^2}{r_P^2}\right) = GM \left(\frac{r_A - r_P}{r_A r_P}\right)$$

$$\frac{1}{2}v_A^2 \frac{(r_A - r_P)(r_A + r_P)}{r_P} = GM \left(\frac{r_A - r_P}{r_A}\right)$$

$$v_A^2 \frac{(r_A + r_P)}{2r_P} = \frac{GM}{r_A} \quad a = \frac{r_A + r_P}{2} \rightarrow v_A^2 \frac{a}{r_P} = \frac{GM}{r_A}$$

$$v_A^2 = \frac{GM r_P}{a r_A} \rightarrow v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_P}{r_A}}$$

$$v_P = v_A \cdot \frac{r_A}{r_P} \rightarrow v_P = \sqrt{\frac{GM r_P}{a r_A} \cdot \frac{r_A}{r_P}} \rightarrow v_P = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_P}}$$

**Spostrzeżenie**

Gdy orbita eliptyczna zbliża się kształtem do okręgu, to wszystkie trzy długości:  $a$ ,  $r_p$ ,  $r_A$  są równe promieniowi  $r$  okręgu, a wyprowadzone wzory na prędkości w perycentrum i apocentrum są takie jak wzór na prędkość orbitalną (zob. wyprowadzenie tego wzoru w zadaniu 5.2.):

$$v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_p}{r_A}} \xrightarrow{r_A \rightarrow r \quad r_p \rightarrow r \quad a \rightarrow r} v_{or} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v_P = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{r_A}{r_p}} \xrightarrow{r_A \rightarrow r \quad r_p \rightarrow r \quad a \rightarrow r} v_{or} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

**Zadanie 10.1. (0–2)**

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz **P**, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe.

1.	Natężenie fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równe natężeniu fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	<b>P</b>	<b>F</b>
2.	Długość fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równa długości fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	<b>P</b>	<b>F</b>
3.	Częstotliwość fali padającej na granicę ośrodków jest zawsze równa częstotliwości fali, która przeszła do ośrodka drugiego.	<b>P</b>	<b>F</b>

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**

FFP



**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia oraz prawidłowa wartość współczynnika załamania  $n_2$  (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – poprawne zapisanie związków między  $n_1$  a  $n_2$  oraz między  $n_1$  a  $n_0$ , łącznie z prawidłową identyfikacją kątów (np. jak w krokach 1. i 2.).

1 pkt – poprawne zapisanie związków między  $n_1$  a  $n_2$  (warunku na kąt graniczny), łącznie z prawidłową identyfikacją kątów (np. jak w kroku 1.)

*LUB*

– prawidłowe wyznaczenie współczynnika  $n_1$  (np. jak w kroku 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania****Sposób 1.***Komentarz (krok 1.)*

Wykorzystamy informację o kącie granicznym i zapiszemy związek między współczynnikami załamania światła w rdzeniu i płaszczu oraz kątem granicznym dla przejścia rdzeń – płaszcz:

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin \alpha_{gr}} = \frac{n_1}{n_2} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sin 58^\circ} = \frac{n_1}{n_2}$$

*Komentarz (krok 2.)*

Do wyznaczenia  $n_2$  musimy znać  $n_1$ . Ten współczynnik wyznaczymy na podstawie danych kątów padania i załamania na powierzchni czoła światłowodu:

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_1} = \frac{n_1}{n_0} \quad \rightarrow$$

$$\frac{\sin 65^\circ}{\sin(90^\circ - 60^\circ)} = \frac{n_1}{1} \quad \rightarrow$$

$$n_1 = \frac{\sin 65^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 1,81$$

*Komentarz (krok 3.)* Łączymy zależności otrzymane w kroku 1. oraz kroku 2. i obliczamy  $n_2$ :

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin 58^\circ} \approx \frac{1,81}{n_2} \quad \rightarrow \quad n_2 \approx 1,81 \cdot \sin 58^\circ \approx 1,53$$

**Sposób 2.***Komentarz*

Zapiszemy na symbolach zależności opisane w kroku 1. i kroku 2. W sposobie 1. rozwiązania:

$$\frac{1}{\sin \alpha_{gr}} = \frac{n_1}{n_2} \quad \frac{\sin \alpha_0}{\sin(90^\circ - \alpha_2)} = \frac{n_1}{1}$$

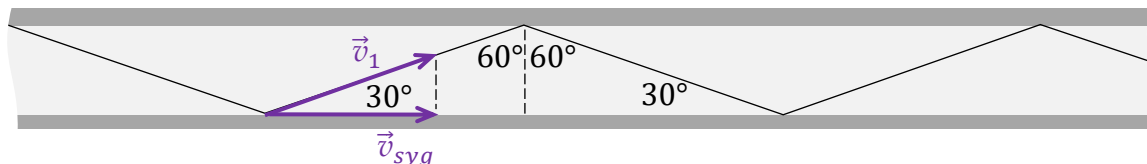




### Przykładowe pełne rozwiązanie

#### Komentarz

Zaznaczmy kąt, pod jakim odbija się promień światła w światłowodzie, oraz oznaczmy wektor  $\vec{v}_1$  prędkości światła w rdzeniu ( $n_1$ ), a także wektor  $\vec{v}_{syg}$  prędkości rozchodzenia się sygnału w światłowodzie (w kierunku światłowodu).



#### Komentarz (krok 1.)

Zapiszemy związek między czasem a prędkością sygnału oraz długością światłowodu:

$$t = \frac{s}{v_{syg}}$$

#### Komentarz (krok 2.)

Zapiszemy związek między  $v_1$  a  $v_{syg}$ :

$$v_{syg} = v_1 \cos 30^\circ$$

#### Komentarz (krok 3.)

Zapiszemy związek między  $n_1$  a  $v_1$  i  $c$  (definiujący  $n_1$ ) i obliczymy prędkość sygnału w światłowodzie:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \rightarrow v_1 = \frac{c}{n_1}$$

Dlatego:

$$v_{syg} = \frac{c}{n_1} \cos 30^\circ$$

$$v_{syg} \approx \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,8} \cdot \cos 30^\circ \approx 1,443 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

#### Komentarz (krok 4.)

Obliczymy czas  $t$  przekazania sygnału wzdłuż światłowodu:

$$t = \frac{s}{v_{syg}} \rightarrow t \approx \frac{10^5 \text{ m}}{1,443 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 0,6930 \cdot 10^{-3} \text{ s} \approx 0,69 \text{ ms}$$





Wyznaczamy iloraz ciepła właściwych wody i lodu, dane odczytamy z wykresu:

$$\frac{c_w}{c_l} = \frac{\frac{\Delta T_l}{\Delta t_1}}{\frac{\Delta T_w}{\Delta t_3}} \approx \frac{\frac{20 \text{ K}}{2 \text{ min}}}{\frac{20 \text{ K}}{4 \text{ min}}} \approx 2$$

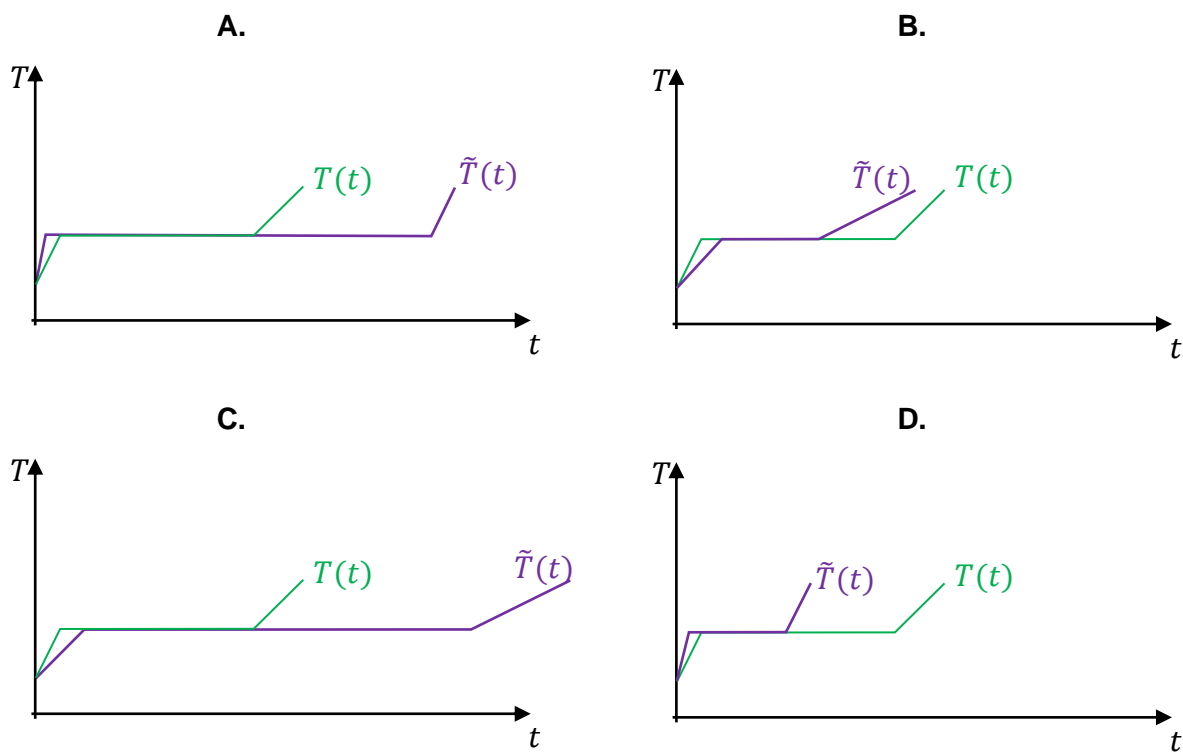
### Zadanie 21.3. (0–1)

Drugi raz wykonano doświadczenie opisane w zadaniu 21. W drugim doświadczeniu masa ogrzewanego kawałka lodu była dwa razy mniejsza od masy kawałka lodu ogrzewanego w pierwszym doświadczeniu. Doświadczenie 1. i 2. wykonano w takich samych warunkach – tzn.:

- lód miał taką samą temperaturę początkową,
- lód ogrzewano z taką samą mocą.

Zależność temperatury od czasu w drugim procesie ogrzewania oznaczmy  $\tilde{T}(t)$ .

Na którym wykresie (spośród A–D) prawidłowo przedstawiono zależność  $\tilde{T}(t)$  w porównaniu do zależności  $T(t)$ ? Zaznacz dobrą odpowiedź.



### Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Rozwiązanie

D

**Zadanie 25. Jądro technetu**

W medycynie wykorzystuje się m.in. jądrowe promieniowanie gamma z zakresu niskich energii. Źródłem takiego promieniowania są procesy zachodzące w jądrach izotopów pierwiastków promieniotwórczych. W medycynie wykorzystuje się proces przejścia jądra technetu  ${}^{99m}_{43}\text{Tc}$  ze stanu wzbudzonego do stanu podstawowego  ${}^{99}\text{Tc}$  (lewy górny indeks  $m$  oznacza stan wzbudzony). W tym procesie jest emitowany kwant gamma.

Czas połowicznego rozpadu (w tym przypadku przejścia do stanu podstawowego) wzbudzonych jąder technetu wynosi  $T = 6$  h. Masa jądra technetu  ${}^{99}\text{Tc}$  w stanie podstawowym wynosi  $m = 164,23768 \cdot 10^{-27}$  kg.

Jądra wzbudzonego technetu  ${}^{99m}_{43}\text{Tc}$  otrzymuje się m.in. w wyniku przemiany  $\beta^-$ , której podlegają jądra izotopu molibdenu  ${}^{99}\text{Mo}$ . W innej metodzie jądra wzbudzonego technetu  ${}^{99m}_{43}\text{Tc}$  otrzymuje się w wyniku ostrzeliwania wiązką rozpędzonych protonów tarczy z izotopu molibdenu  ${}^{100}\text{Mo}$ . Gdy jeden proton uderzy w jądro  ${}^{100}\text{Mo}$ , to powoduje reakcję jądrową. Produktami tej reakcji są jądro  ${}^{99m}_{43}\text{Tc}$  oraz dwie pewne cząstki elementarne.

**Zadanie 25.1. (0–3)**

**Zapisz poniżej równania reakcji jądrowych 1.–3., opisanych w zadaniu 25. Pamiętaj o liczbach atomowych oraz liczbach masowych jąder, oznaczeniu stanu wzbudzonego jądra, oznaczeniu fotonu oraz liczbie cząstek elementarnych.**

1. Reakcja przejścia jądra technetu ze stanu wzbudzonego do stanu podstawowego:

2. Reakcja przemiany  $\beta^-$ , w wyniku której z jądra  ${}^{99}\text{Mo}$  powstaje jądro technetu w stanie wzbudzonym:

3. Reakcja w procesie zderzenia protonu z jądrem  ${}^{100}\text{Mo}$ , w wyniku której powstaną jądro technetu w stanie wzbudzonym i dwie cząstki elementarne:

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawne zapisanie trzech reakcji.

2 pkt – poprawne zapisanie dwóch reakcji.

1 pkt – poprawne zapisanie jednej reakcji.

0 pkt – rozwiązanie całkowicie niepoprawne albo brak rozwiązania.





### Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia masy wzbudzonego jądra technetu oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką z odpowiednią dokładnością (taką, z jaką wyrażono masę jądra w stanie podstawowym) (np. jak w kroku 3.).
- 2 pkt – zapisanie zasady zachowania energii dla układu jądro – foton z uwzględnieniem wzorów Einsteina na energie spoczynkowe oraz wzoru Plancka na energię fotonu, łącznie z prawidłowym podstawieniem wszystkich danych oraz odpowiednich stałych przyrody (np. jak w kroku 2.).
- 1 pkt – zapisanie zasady zachowania energii dla układu jądro – foton z uwzględnieniem wzorów Einsteina na energie spoczynkowe jąder oraz z uwzględnieniem energii fotonu (np. jak w kroku 1.).
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

#### *Komentarz (krok 1.)*

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla układu jądro – foton z uwzględnieniem energii spoczynkowych jąder technetu (wzór Einsteina) i energii fotonu. Energię kinetyczną jądra po emisji fotonu pominiemy:

$$m_m c^2 = mc^2 + E_\gamma$$

#### *Komentarz (krok 2.)*

W powyższym wzorze wykorzystamy wzór Plancka na energię fotonu, wpiszemy odpowiednie wartości liczbowe do wyrażenia:

$$m_m c^2 = mc^2 + \frac{hc}{\lambda} \quad \rightarrow \quad m_m = m + \frac{h}{c\lambda}$$

$$m_m = 164,23768 \cdot 10^{-27} \text{ kg} + \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)} \cdot 8,69 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$$

#### *Komentarz (krok 3.)*

Obliczamy masę  $m_m$ . Wynik zaokrąglamy do ośmiu cyfr znaczących:

$$m_m \approx 164,23768 \cdot 10^{-27} \text{ kg} + 0,254 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$m_m \approx 164,23768 \cdot 10^{-27} \text{ kg} + 0,00025 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 164,23793 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$





# FIZYKA

Poziom rozszerzony



# FIZYKA

Poziom rozszerzony



# FIZYKA

Poziom rozszerzony

