

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	<b>Zasady oceniania rozwiązań zadań</b>
<i>Egzamin:</i>	<b>Egzamin maturalny</b>
<i>Przedmiot:</i>	<b>Fizyka</b>
<i>Poziom:</i>	<b>Poziom rozszerzony</b>
<i>Formy arkusza:</i>	MFAP-R0-100, MFAP-R0-200, MFAP-R0-300, MFAP-R0-400, MFAP-R0-700, MFAP-R0-Q00, MFAP-R0-K00, MFAU-R0-100
<i>Termin egzaminu:</i>	23 maja 2024 r.
<i>Data publikacji dokumentu</i>	28 czerwca 2024 r.

## Ogólne zasady oceniania arkuszy egzaminacyjnych z fizyki

1. Jeżeli zdający poprawnie rozwiązał zadanie (użył poprawnej metody, uwzględnił warunki zadania, otrzymał poprawny wynik) metodą, której nie uwzględniały zasady oceniania (chodzi o jakościowo inną metodę – np. użycie prawa / wzoru / twierdzenia / metody rachunkowej spoza podstawy programowej – a nie metodę równoważną tym w zasadach oceniania), to otrzymuje maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli zdający poda w wyniku końcowym wartość wielkości fizycznej bez jednostki, to nie spełnia warunków określonych w zasadach oceniania na maksymalną liczbę punktów.
3. Ocenie podlegają te fragmenty pracy zdającego, które dotyczą polecenia.
4. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i nie wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
5. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
6. Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania zdający popełnia błąd rachunkowych (albo błąd przepisania wartości z danych albo wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne metody rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
7. Jeżeli w poleceniu jest dyspozycja o zapisaniu wyniku zaokrąglonego do pewnej liczby cyfr znaczących, to oznacza, że wynik musi być podany w postaci rozwinięcia dziesiętnego liczby i z określonym w poleceniu zaokrągleniem. Jeżeli w zadaniu z takim poleceniem zdający przedstawia wynik w postaci ułamka zwykłego, lub w postaci z występującym  $\pi$  lub np.  $\sqrt{2}$ , albo podaje wynik ze zbyt dużą lub zbyt małą liczbą cyfr znaczących – to nie otrzymuje maksymalnej liczby punktów.
8. Wszelkie wzory / związki / zależności / relacje między wielkościami mogą być równoważnie zapisane za pomocą symboli lub za pomocą liczb, które to liczby są wartościami wielkości występujących w tych wzorach / związkach / zależnościach / relacjach.
9. Jeżeli w zasadach oceniania danego etapu rozwiązania wymienione jest, że zdający korzysta / uwzględnia / zapisuje dane związki / zależności / prawa / wzory, to mogą być one zapisane oddzielnie, albo nawet w jednym równaniu (o ile to możliwe).

*Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.*

*Gdy wymaganie dotyczy treści szkoły podstawowej, dopisano (SP), a gdy zakresu podstawowego szkoły ponadpodstawowej – dopisano (P).*

### Zadanie 1.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024 <sup>1</sup>	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.  I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. II.5) [...] interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

### Pełne rozwiązanie

B2

### Zadanie 1.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.  V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk [...]; I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. II.5) [...] interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu; II.12) wyznacza graficznie siłę wypadkową [...]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.17) opisuje opory ruchu [...].

<sup>1</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 10 czerwca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. z 2022 r. poz. 1246).

### Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawne narysowanie na diagramie 1. siły oporu w chwili  $t_E$  o wartości równej 8 umownych jednostek i zwrocie w górę **oraz** poprawne narysowanie na diagramie 2. siły oporu w chwili  $t_B$  o wartości równej 2 umowne jednostki i zwrocie w górę.
- 2 pkt – poprawne narysowanie na diagramie 2. siły oporu w chwili  $t_B$  o wartości równej 2 umowne jednostki i zwrocie w górę  
**LUB**  
 – poprawne narysowanie na diagramie 1. siły oporu w chwili  $t_E$  o wartości równej 8 umownych jednostek i zwrocie w górę **oraz** narysowanie na diagramie 2. siły oporu w chwili  $t_B$  o wartości mniejszej od wartości siły grawitacji (ale bez zachowania poprawnej wartości 2 jednostek) i zwrocie w górę.
- 1 pkt – poprawne narysowanie na diagramie 1. siły oporu w chwili  $t_E$  o wartości równej 8 umownych jednostek i zwrocie w górę  
**LUB**  
 – narysowanie na diagramie 2. siły oporu w chwili  $t_B$  o wartości mniejszej od wartości siły grawitacji (ale bez zachowania poprawnej wartości 2 jednostek) i zwrocie w górę.
- 0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

### Rozwiązanie

Diagram 1. ( $t_E = 3,6$  s)

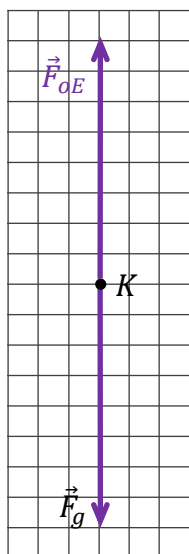
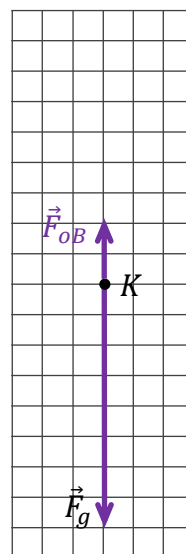


Diagram 2. ( $t_B = 0,4$  s)



#### *Komentarz do rysunku na diagramie 1.*

Siła oporu ma zwrot przeciwny do prędkości oraz do siły grawitacji. Zgodnie z założeniem zadania, w chwili  $t_E = 3,6$  s ruch kropli jest jednostajny prostoliniowy, zatem siła grawitacji równoważy siłę oporu, tzn. wartości tych sił są w tej chwili takie same, a zwroty przeciwne:

$$\vec{F}_g = -\vec{F}_{oE}$$

Powyższy fakt ilustrujemy na diagramie 1.

**Komentarz do rysunku na diagramie 2.**

Zapiszemy stosunek wartości siły oporu w chwili  $t_B$  i siły grawitacji oraz skorzystamy z faktu, że wartość siły grawitacji jest równa wartości siły oporu w chwili  $t_E$ :

$$\frac{F_{oB}}{F_g} = \frac{F_{oE}}{F_{oE}}$$

Następnie wykorzystamy fakt, że wartość siły oporu jest proporcjonalna do kwadratu prędkości kropli:

$$\frac{F_{oB}}{F_g} = \frac{F_{oE}}{F_{oE}} = \left(\frac{v_B}{v_E}\right)^2$$

Iloraz prędkości odczytujemy z wykresu:

$$\frac{F_{oB}}{F_g} = \left(\frac{3,5 \text{ m/s}}{7,0 \text{ m/s}}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Powyższy fakt ilustrujemy na diagramie 2., tzn. rysujemy wektor siły oporu o długości dwóch krótkich (1/4 długości wektora siły grawitacji).

**Zadanie 1.3. (0–4)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymagania ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.  V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.17) opisuje opory ruchu [...].

**Zasady oceniania<sup>2</sup>**

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości prędkości kropli poprzez:  $g$ ,  $\rho_p$ ,  $\rho_w$ ,  $R$ ,  $k$   
**oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru końcowego w funkcji tych wielkości:

$$v_E = \sqrt{\frac{4\rho_w R g}{3k\rho_p}}$$

3 pkt – zapisanie równości wynikającej z I zasady dynamiki dla ruchu jednostajnego prostoliniowego kropli **oraz** wykorzystanie/zapisanie wzoru na siłę grawitacji, **oraz** wykorzystanie wzoru na siłę oporu, **oraz** wykorzystanie/zapisanie związku między masą kropli a jej gęstością i objętością, **oraz** wykorzystanie/zapisanie związku między objętością kropli a jej promieniem,

$$F_o = F_g \quad \text{oraz} \quad F_g = m g \quad \text{oraz} \quad F_o = k\rho_p S v_E^2 \quad \text{oraz} \quad m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_w$$

albo w jednym równaniu

$$k\rho_p S v_E^2 = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_w g$$

LUB

– zapisanie równości wynikającej z I zasady dynamiki dla ruchu jednostajnego prostoliniowego kropli **oraz** wykorzystanie/zapisanie wzoru na siłę grawitacji, **oraz** wykorzystanie wzoru na siłę oporu, **oraz** wykorzystanie/zapisanie związku między masą kropli a jej gęstością i objętością, **oraz** wykorzystanie/zapisanie związku między przekrojem poprzecznym  $S$  kropli a jej promieniem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_o = F_g \quad \text{oraz} \quad F_g = m g \quad \text{oraz} \quad F_o = k\rho_p \pi R^2 v_E^2 \quad \text{oraz} \quad m = V_{kropli} \rho_w$$

albo w jednym równaniu

$$k\rho_p \pi R^2 v_E^2 = V_{kropli} \rho_w g$$

2 pkt – zapisanie równości wynikającej z I zasady dynamiki dla ruchu jednostajnego prostoliniowego kropli **oraz** wykorzystanie/zapisanie wzoru na siłę grawitacji, **oraz** wykorzystanie wzoru na siłę oporu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_o = F_g \quad \text{oraz} \quad F_g = m g \quad \text{oraz} \quad F_o = k\rho_p S v_E^2$$

albo w jednym równaniu

$$k\rho_p S v_E^2 = m g$$

1 pkt – zapisanie równości wynikającej z I zasady dynamiki dla ruchu jednostajnego prostoliniowego kropli (lub przedstawienie graficzne albo słowne równości wartości sił grawitacji i oporu), np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_o = F_g \quad \text{lub} \quad \vec{F}_g = -\vec{F}_{oE}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

<sup>2</sup> Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

**Przykładowe pełne rozwiązanie<sup>3</sup>**

Skorzystamy z I zasady dynamiki. Gdy kropla opada ruchem jednostajnym prostoliniowym, to siła oporu równoważy siłę grawitacji:

$$1) F_o = F_g$$

Wykorzystamy wzór na wartość siły oporu działającej na kroplę oraz na wartość siły grawitacji:

$$2) k\rho_p S v_E^2 = mg$$

Wielkości:  $S$ ,  $m$  wyrazimy w funkcji promienia kropli. W tym celu skorzystamy ze wzorów na pole koła, gęstość oraz objętość kuli:

$$3) S = \pi R^2 \quad 4) m = V_{kropli} \rho_w \quad 5) V_{kropli} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Związki 3)–5) podstawimy do równania 2):

$$6) k\rho_p \pi R^2 v_E^2 = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_w g \quad \rightarrow \quad 7) v_E = \sqrt{\frac{4\rho_w R g}{3k\rho_p}}$$

**Zadanie 2.1. (0–3)**

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu energii kinetycznej ruchu postępowego i energii kinetycznej całkowitej **oraz** podanie prawidłowego wyniku w postaci ułamka

zwykłego:  $\frac{E_{kin\ post}}{E_{kin\ calk}} = \frac{2}{3}$

*Uwaga! Akceptuje się przedstawienie wyniku w postaci równoważnej:  $\frac{E_{kin\ calk}}{E_{kin\ post}} = \frac{3}{2}$*

2 pkt – zapisanie energii kinetycznej całkowitej jako sumy energii kinetycznej ruchu obrotowego i energii kinetycznej ruchu postępowego **oraz** wykorzystanie/zapisanie wzorów na oba rodzaje energii, **oraz** wykorzystanie/zapisanie związku między prędkością liniową i prędkością kątową, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin\ calk} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega^2 \quad \text{oraz} \quad \omega = \frac{v}{R}$$

albo w jednym równaniu

$$E_{kin\ calk} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I_0 \left(\frac{v}{R}\right)^2$$

<sup>3</sup> Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe wyjaśnienia/komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania.

1 pkt – zapisanie energii kinetycznej całkowitej jako sumy energii kinetycznej ruchu obrotowego i energii kinetycznej ruchu postępowego **oraz** wykorzystanie/zapisanie wzoru na jedną z tych energii:

$$E_{kin\ calk} = E_{kin\ post} + E_{kin\ obr} \quad \text{oraz} \quad (E_{kin\ post} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{albo} \quad E_{kin\ obr} = \frac{1}{2}I_0\omega^2)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy wzór na całkowitą energię kinetyczną walca i wykorzystamy wzory na energię kinetyczną ruchu postępowego oraz energię kinetyczną ruchu obrotowego walca:

$$E_{kin\ calk} = E_{kin\ post} + E_{kin\ obr} \quad \rightarrow \quad E_{kin\ calk} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$$

Zastosujemy związek między prędkością liniową i prędkością kątową w przypadku toczenia się bez poślizgu oraz wzór na moment bezwładności walca:

$$E_{kin\ calk} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mR^2 \left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mv^2 = \frac{3}{4}mv^2$$

Obliczymy iloraz energii kinetycznej ruchu postępowego i energii kinetycznej całkowitej:

$$\frac{E_{kin\ post}}{E_{kin\ calk}} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{3}{4}mv^2} = \frac{2}{3}$$

### Zadanie 2.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p>	<p>Zdający:</p> <p>III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi;</p> <p>III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kąowego oraz momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami;</p> <p><i>LUB</i></p> <p>II.20) [...] stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.</p> <p>III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.</p>



**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości przyspieszenia liniowego walca **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:  $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

2 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca **oraz** zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca, **oraz** uwzględnienie wartości  $F$  i  $T$  sił  $\vec{F}$ ,  $\vec{T}$  w obu równaniach ruchu, **oraz** uwzględnienie związku między przyspieszeniem liniowym a przyspieszeniem kątowym walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma = F - T \quad \text{oraz} \quad I \cdot \frac{a}{R} = RT$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca **oraz** zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem osi symetrii, **oraz** zapisanie wartości siły wypadkowej jako  $F_w = F - T$  lub zapisanie wzoru na moment siły tarcia  $M = RT$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma = F - T \quad \text{oraz} \quad I\epsilon = M$$

albo

$$ma = F_w \quad \text{oraz} \quad I\epsilon = RT$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości przyspieszenia liniowego walca **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:  $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

2 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu (z uwzględnieniem siły  $\vec{F}$ ) wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem chwilowej osi obrotu **oraz** uwzględnienie związku między przyspieszeniem liniowym a przyspieszeniem kątowym walca, **oraz** uwzględnienie związku między momentem bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu a  $I_0$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{chw} \frac{a}{R} = RF \quad \text{oraz} \quad I_{chw} = I_0 + mR^2$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu (z uwzględnieniem wzoru na moment siły) wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem chwilowej osi obrotu **oraz** uwzględnienie (np. poprzez oznaczenie), że moment bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu jest różny od  $I_0$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{chw}\epsilon = RF$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

## Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 3.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości przyspieszenia liniowego walca **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:  $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

2 pkt – zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy mechanicznej całkowitej i zmianie energii kinetycznej całkowitej **oraz** zastosowanie/wykorzystanie wyrażenia na tę pracę całkowitą (równą pracy siły  $\vec{F}$ ), **oraz** zastosowanie/wykorzystanie w tym równaniu wzorów na energię kinetyczną ruchu postępowego walca i energię kinetyczną ruchu obrotowego walca, **oraz** wykorzystanie związku między prędkością kątową i liniową (dla toczenia się bez poślizgu), np. zapisy równoważne poniższym:

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 \quad \text{oraz} \quad v = \omega R$$

albo w jednym równaniu

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0 \frac{v^2}{R^2}$$

LUB

– zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy mechanicznej całkowitej i zmianie energii kinetycznej całkowitej **oraz** zastosowanie/wykorzystanie wyrażenia na tę pracę całkowitą (równą pracy siły  $\vec{F}$ ), **oraz** zastosowanie/wykorzystanie w tym równaniu wzorów na energię kinetyczną ruchu postępowego walca i energię kinetyczną ruchu obrotowego walca, **oraz** wykorzystanie związku między przyspieszeniem a drogą i prędkością w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 \quad \text{oraz} \quad 2as = v^2$$

albo w jednym równaniu

$$F \frac{v^2}{2a} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$$

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy mechanicznej całkowitej i zmianie energii kinetycznej całkowitej **oraz** zastosowanie/wykorzystanie wyrażenia na tę pracę całkowitą (równą pracy siły  $\vec{F}$ ), **oraz** wyodrębnienie w tym równaniu energii kinetycznych ruchu postępowego walca i energii kinetycznej ruchu obrotowego walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$$Fs = \Delta E_{kin\ post} + \Delta E_{kin\ obr}$$

LUB

– zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej ruchu postępowego **oraz** zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy wypadkowego momentu sił i zmianie energii kinetycznej ruchu obrotowego, **oraz** zapisanie/wykorzystanie wyrażen definiujących pracę siły wypadkowej i pracę wypadkowego momentu siły, np. zapisy równoważne poniższym:

$$(F - T)s = \Delta E_{kin\ post} \quad \text{oraz} \quad RT \cdot \alpha = \Delta E_{kin\ obr}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania**Sposób 1. (zastosowanie zasad dynamiki)

Na walec w kierunku poziomym działają siły: siła tarcia statycznego  $\vec{T}$  oraz siła  $\vec{F}$ . Siła tarcia statycznego ma niezerowy moment siły względem osi obrotu walca. Zapiszemy równania wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca oraz dla ruchu obrotowego walca (względem osi symetrii):

$$\begin{cases} ma = F - T \\ I_0 \epsilon = RT \end{cases}$$

Zastosujemy związek  $a = \epsilon R$  między przyspieszeniem liniowym a przyspieszeniem kątowym w przypadku toczenia się bez poślizgu oraz wzór na moment bezwładności walca:

$$\begin{cases} ma = F - T \\ \frac{1}{2} mR^2 \frac{a}{R} = RT \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ma = F - T \\ \frac{1}{2} ma = T \end{cases}$$

Z powyższego układu równań wyznaczmy wartość przyspieszenia liniowego walca:

$$ma = F - \frac{1}{2} ma \rightarrow \frac{3}{2} ma = F \rightarrow a = \frac{2F}{3m}$$

Obliczymy wartość liczbową wartości przyspieszenia liniowego walca:

$$a = \frac{2}{3} \cdot \frac{30 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Sposób 2. (zastosowanie metody chwilowej osi obrotu)

Rozważmy obrót walca wokół chwilowej osi obrotu. Chwilowa oś obrotu zawiera odcinek styczności walca z podłożem w danej chwili. Moment siły tarcia statycznego względem tej osi obrotu jest równy zero (ponieważ ramię tej siły jest równe zero). Moment siły względem chwilowej osi obrotu powoduje siła  $\vec{F}$ , która jest przyłożona do środka masy walca. Ramię tej siły jest równe  $R$ . W tej metodzie rozważamy tylko ruch obrotowy. Zapiszemy równanie wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem chwilowej osi obrotu:

$$I_{chw} \epsilon = FR$$

Wyznaczmy wzór na moment bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu (z twierdzenia Steinera):

$$I_{chw} = I_0 + mR^2 = \frac{1}{2} mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2} mR^2$$

Zastosujemy związek  $a = \epsilon R$  między przyspieszeniem liniowym (w przypadku metody chwilowej osi obrotu jest to przyspieszenie styczne do chwilowego toru ruchu punktu na środku walca) a przyspieszeniem kątowym:

$$\frac{3}{2} mR^2 \cdot \frac{a}{R} = FR$$

Z powyższego układu równań wyznaczmy wartość przyspieszenia liniowego walca:

$$\frac{3}{2} ma = F \rightarrow a = \frac{2F}{3m}$$

Obliczymy wartość liczbową wartości przyspieszenia liniowego walca:

$$a = \frac{2}{3} \cdot \frac{30 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Sposób 3. (zastosowanie twierdzenia o pracy sił i momentów sił)

Zapiszemy równanie wynikające z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej ruchu postępowego:

$$1) \quad W_{F_w} = \Delta E_{kin\ post} \quad \rightarrow \quad 1a) \quad (F - T)s = \frac{1}{2}mv^2$$

Zapiszemy równanie wynikające z twierdzenia o pracy wypadkowego momentu sił i zmianie energii kinetycznej ruchu obrotowego:

$$2) \quad W_{M_w} = \Delta E_{kin\ obr} \quad \rightarrow \quad 2a) \quad RT \cdot \alpha = \frac{1}{2}I_0\omega^2 \quad \rightarrow \quad 2b) \quad Ts = \frac{1}{2}I_0\omega^2$$

Gdy dodamy stronami równania 1a) i 2b) (wykorzystując związek  $s = R\alpha$ ) to otrzymamy równanie wyrażające twierdzenie o pracy mechanicznej całkowitej i zmianie energii kinetycznej całkowitej (prace siły tarcia statycznego i momentu siły tarcia statycznego znoszą się – tarcie statyczne nie zwiększa ani nie zmniejsza energii całkowitej mechanicznej):

$$3) \quad Fs = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$$

Wykorzystamy związek między prędkością kątową i liniową (dla toczenia się bez poślizgu), oraz wyrażenie na moment bezwładności walca:

$$4) \quad Fs = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mR^2 \left(\frac{v}{R}\right)^2 \quad \rightarrow \quad 4a) \quad Fs = \frac{3}{4}mv^2$$

Wykorzystamy związek kinematyczny między przyspieszeniem a drogą i prędkością w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej:

$$5) \quad v^2 = 2as$$

Równanie 5) podstawimy do równania 4a), skąd wyznaczymy wartość przyspieszenia:

$$6) \quad Fs = \frac{3}{4}m \cdot 2as \quad \rightarrow \quad 6a) \quad a = \frac{2}{3} \frac{F}{m}$$

Obliczymy wartość liczbową wartości przyspieszenia liniowego walca:

$$a = \frac{2}{3} \cdot \frac{30 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Zadanie 3.1. (0–2)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości; posługuje się pojęciem ruchu harmonicznego [...]; V.4) analizuje zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu dla ciała w ruchu drgającym harmonicznym oraz interpretuje wykresy tych zależności; V.6) oblicza energię potencjalną sprężystości i uwzględnia ją w analizie przemian energii.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**

FPP

**Zadanie 3.2. (0–2)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymagania ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.  V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk [...]; I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości [...].

### Zasady oceniania

2 pkt – narysowanie **oraz** podpisanie wektora siły sprężystości  $\vec{F}_S$ , **oraz** wektora siły grawitacji  $\vec{F}_g$  (zaczepionych w punkcie  $P$ ) z poprawnym uwzględnieniem kierunku, zwrotu i relacji między wartościami (długościami) tych wektorów, **oraz** zapisanie poprawnej relacji między wartościami sił.

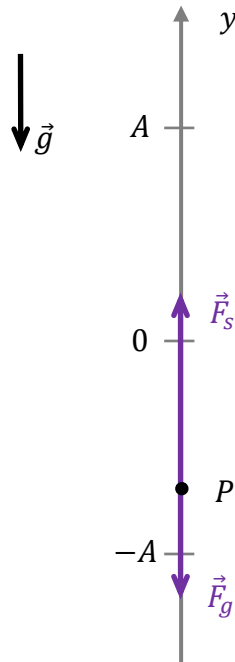
1 pkt – narysowanie **oraz** podpisanie wektora siły sprężystości  $\vec{F}_S$ , **oraz** wektora siły grawitacji  $\vec{F}_g$  (zaczepionych w punkcie  $P$ ) z poprawnym uwzględnieniem kierunków i zwrotów tych wektorów.

*Uwaga! W tym kryterium za 1 pkt nie uwzględnia się relacji między wartościami wektorów (zarówno na rysunku jak i w zapisie nierówności).*

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

### Rozwiązanie

$$F_S > F_g$$



### Zadanie 3.3. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p>	<p>Zdający: I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...].</p> <p>II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.</p> <p>V.1) opisuje proporcjonalność siły sprężystości do wydłużenia; posługuje się pojęciem współczynnika sprężystości i jego jednostką;</p> <p>V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości;</p> <p>V.5) stosuje do obliczeń zależność okresu małych drgań [...] ciężarka na sprężynie od ich parametrów.</p>

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku

$$\text{liczbowego z jednostką: } F_{s \max} \approx 1,92 \text{ N}$$

3 pkt – zapisanie równania wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu drgającego ciężarka **oraz** zapisanie (lub uwzględnienie w równaniu) poprawnego wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** wykorzystanie związku między przyspieszeniem maksymalnym a prędkością maksymalną i okresem w ruchu drgającym, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma_{\max} = F_{wyp \max} \quad \text{oraz} \quad F_{wyp \max} = F_{s \max} - F_g \quad \text{oraz} \quad a_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{\max}$$

albo w jednym równaniu:

$$m \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{\max} = F_{s \max} - F_g$$

2 pkt – zapisanie równania wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu drgającego ciężarka **oraz** zapisanie (lub uwzględnienie w równaniu) poprawnego wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma_{\max} = F_{s \max} - F_g$$

LUB

– zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu **oraz** wykorzystanie związku między przyspieszeniem maksymalnym a prędkością i okresem (albo związków między prędkością a amplitudą i okresem **oraz** między przyspieszeniem a amplitudą i okresem) w ruchu drgającym prostym, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{wyp \max} = F_{s \max} - F_g \quad \text{oraz} \quad a_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{\max}$$

albo

$$F_{wyp \max} = F_{s \max} - F_g \quad \text{oraz} \quad \left( a_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \quad \text{oraz} \quad v_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) A \right)$$

1 pkt – zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{wyp \max} = F_{s \max} - F_g$$

LUB

– zapisanie związku między przyspieszeniem maksymalnym a prędkością i okresem (albo związków między prędkością a amplitudą i okresem **oraz** między przyspieszeniem a amplitudą i okresem) w ruchu drgającym prostym **oraz** identyfikacja/określenie okresu z wykresu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$a_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{\max} \quad \text{oraz} \quad T = 0,4 \text{ s}$$

albo

$$\left( a_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \quad \text{oraz} \quad v_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) A \right) \quad \text{oraz} \quad T = 0,4 \text{ s}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

## Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku

liczbowego z jednostką:  $F_{s\ max} \approx 1,92\ \text{N}$

3 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie warunku równowagi sił, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między amplitudą drgań a okresem i prędkością maksymalną w ruchu drgającym prostym, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s\ max} = k(y_0 + A) \quad \text{oraz} \quad ky_0 = mg \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{oraz} \quad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

albo w jednym równaniu:

$$F_{s\ max} = ky_0 + kA = mg + \left(\frac{2\pi}{T}\right)mv_{max}$$

2 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie warunku równowagi sił, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s\ max} = k(y_0 + A) \quad \text{oraz} \quad ky_0 = mg$$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s\ max} = k(y_0 + A) \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między amplitudą drgań a okresem i prędkością maksymalną w ruchu drgającym prostym, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s\ max} = k(y_0 + A) \quad \text{oraz} \quad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

1 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań



(równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s \max} = k(y_0 + A) \quad y_0 - \text{wydłużenie sprężyny w położeniu równowagi}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 3.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:  $F_{s \max} \approx 1,92 \text{ N}$

3 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s \max} - F_g = kA \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{oraz} \quad v_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

albo w jednym równaniu:

$$F_{s \max} - F_g = kA = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m \cdot \frac{v_{\max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)}$$

2 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{w \max} = kA \quad \text{oraz} \quad F_{w \max} = F_{s \max} - F_g \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

albo w jednym równaniu

$$m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A = F_{s \max} - F_g$$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{w \max} = kA \quad \text{oraz} \quad F_{w \max} = F_{s \max} - F_g \quad \text{oraz} \quad v_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

albo w jednym równaniu

$$k \frac{v_{\max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)} = F_{s \max} - F_g$$

1 pkt – zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{wyp \max} = F_{s \max} - F_g$$

LUB

- zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{w\ max} = kA \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

LUB

- zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{w\ max} = kA \quad \text{oraz} \quad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

*Uwaga! W drugim i trzecim kryterium za 1 pkt nie oceniamy poprawności określenia siły wypadkowej.*

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 4. – energetycznym)

- 4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku

liczbowego z jednostką:  $F_{s\ max} \approx 1,92\ \text{N}$

- 3 pkt – zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi **oraz** poprawne wykorzystanie wzorów na wszystkie rodzaje energii, **oraz** poprawne wykorzystanie

dwóch związków spośród czterech:  $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$  lub  $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$  lub  $ky_0 = mg$

lub  $F_{s\ max} = k(y_0 + A)$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2}k(y_0 + A)^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA$$

oraz

$$\left( v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A \quad \text{lub} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{lub} \quad ky_0 = mg \quad \text{lub} \quad F_{s\ max} = k(y_0 + A) \right)$$

- 2 pkt – zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi **oraz** poprawne wykorzystanie wzorów na wszystkie rodzaje energii, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2}k(y_0 + A)^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA$$

LUB

- zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi **oraz** poprawne wykorzystanie dwóch związków spośród czterech:  $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$  lub  $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$  lub  $ky_0 = mg$  lub  $F_{s\ max} = k(y_0 + A)$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{pot\ spr\ max} = E_{kin\ rownowagi} + E_{pot\ spr\ rownowagi} + E_{pot\ grav\ rownowagi} \quad \text{oraz}$$

$$\left( v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A \quad \text{lub} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{lub} \quad ky_0 = mg \quad \text{lub} \quad F_{s\ max} = k(y_0 + A) \right)$$

- 1 pkt – zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{pot\ spr\ max} = E_{kin\ rownowagi} + E_{pot\ spr\ rownowagi} + E_{pot\ grav\ rownowagi}$$

*Uwaga! W tym kryterium za 1 pkt nie oceniamy poprawności wyrażenia tych energii wzorami.*

LUB

- zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. w chwili maksymalnego wychylenia i chwili przechodzenia ciężarka przez położenie równowagi **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{mech\ max\ wych} = E_{mech\ rownowagi} \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

LUB

- zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. w chwili maksymalnego wychylenia i chwili przechodzenia ciężarka przez położenie równowagi **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{mech\ max\ wych} = E_{mech\ rownowagi} \quad \text{oraz} \quad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

*Uwaga! W drugim i trzecim kryterium za 1 pkt nie oceniamy poprawności rozpisania energii mechanicznej jako sumy odpowiednich rodzajów energii, tylko w ogóle sam fakt przyrównania energii mechanicznej w danych chwilach.*

LUB

- zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s\ max} = k(y_0 + A) \quad y_0 - \text{wydłużenie sprężyny w położeniu równowagi}$$

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Uwaga dodatkowa**

Przyśpieszenie maksymalne  $a_{max}$  zdający może oszacować na podstawie wykresu, tzn. jako iloraz małego przyrostu prędkości do czasu w otoczeniu  $v \approx 0$ , np.:

$$a_{max} \approx \frac{\Delta v}{\Delta t} (v \approx 0) \approx \frac{0,225 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,025 \text{ s}} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

W takiej sytuacji należy oceniać zgodnie z zasadami oceniania i równoważnie temu, jak gdyby zdający wyznaczał przyśpieszenie ze wzoru  $a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max}$ . Przy takiej metodzie jako poprawny należy uznać wynik mieszczący się w przedziale od 1,8 N do 2,0 N.

**Przykładowe pełne rozwiązania**Sposób 1.

W najniższym położeniu podczas drgań siła sprężystości działająca na ciężarek ma największą wartość i ponadto większą od wartości ciężaru ciężarka. Zatem wartość siły wypadkowej działającej na ciężarek jest równa:

$$F_{wyp\ max} = F_{s\ max} - F_g$$

Zapišemy równanie wyrażające II zasadę dynamiki dla ruchu drgającego ciężarka, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu i uwzględnimy wzór na siłę grawitacji:

$$ma_{max} = F_{s\ max} - mg$$

Zastosujemy związek między przyśpieszeniem maksymalnym a prędkością maksymalną i okresem w ruchu drgającym prostym:

$$m \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max} = F_{s\ max} - mg$$

Powyższe równanie przekształcimy, podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s\ max} = m \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max} + mg \quad \rightarrow \quad F_{s\ max} = m \left(\frac{2\pi v_{max}}{T} + g\right)$$

$$F_{s\ max} = 0,1 \text{ kg} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3,142 \cdot 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,4 \text{ s}} + 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \approx 1,92 \text{ N}$$

Sposób 2.

W najniższym położeniu podczas drgań siła sprężystości działająca na ciężarek ma największą wartość, ponieważ wydłużenie  $y_{max}$  sprężyny ponad długość swobodną jest wtedy największe. Wydłużenie  $y_{max}$  jest równe sumie amplitudy drgań ( $A$ ) i wydłużenia ( $y_0$ ) sprężyny ponad jej długość swobodną, gdy znajduje się ona w położeniu równowagi sił. Zatem siła sprężystości w najniższym położeniu drgań ma wartość:

$$F_{s\ max} = ky_{max} = k(A + y_0) \quad \rightarrow \quad F_{s\ max} = kA + ky_0$$

Zapišemy warunek, gdy ciężarek znajduje się w położeniu równowagi sił (sprężystości i grawitacji):

$$F_{s\ 0} = F_g \quad \rightarrow \quad ky_0 = mg$$

Powyższy warunek uwzględnimy w równaniu na wartość siły sprężystości w najniższym położeniu:

$$F_{s \max} = kA + mg$$

Do powyższego równania zastosujemy związki między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań oraz między prędkością maksymalną a okresem drgań i amplitudą w ruchu drgającym prostym:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{oraz} \quad v_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

Zatem:

$$F_{s \max} = m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{v_{\max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)} + mg = m \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{\max} + mg$$

Do powyższego równania podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s \max} = 0,1 \text{ kg} \cdot \left( \frac{2 \cdot 3,142 \cdot 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,4 \text{ s}} + 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \approx 1,92 \text{ N}$$

### Sposób 3.

W najniższym położeniu podczas drgań siła sprężystości działająca na ciężarek ma największą wartość i ponadto większą od wartości ciężaru ciężarka. Zatem wartość siły wypadkowej działającej na ciężarek jest równa:

$$F_{\text{wyp max}} = F_{s \max} - F_g$$

Siła wypadkowa powoduje drgania harmoniczną, a zatem siła wypadkowa jest siłą harmoniczną, czyli jej wartość jest proporcjonalna do wychylenia z położenia równowagi. Zatem w maksymalnym wychyleniu mamy:

$$kA = F_{s \max} - mg$$

Do powyższego równania zastosujemy związki między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań oraz między prędkością maksymalną a okresem drgań i amplitudą w ruchu drgającym prostym:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{oraz} \quad v_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

Zatem:

$$m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{v_{\max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)} = F_{s \max} - mg$$

Do powyższego równania podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s \max} = 0,1 \text{ kg} \cdot \left( \frac{2 \cdot 3,142 \cdot 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,4 \text{ s}} + 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \approx 1,92 \text{ N}$$

Sposób 4. (rozwiązanie energetyczne)

Skorzystamy z zasady zachowania energii mechanicznej układu. Przyrównamy energię mechaniczną układu w chwili maksymalnego rozciągnięcia sprężyny do energii mechanicznej w chwili przechodzenia ciężarka przez położenie równowagi. Poziom zera energii potencjalnej grawitacji przyjmujemy w miejscu ciężarka, gdy sprężyna jest maksymalnie rozciągnięta – wtedy także energia kinetyczna jest równa zero. Zapiszemy równanie:

$$E_{pot\ spr\ max} = E_{kin\ rownowagi} + E_{pot\ spr\ rownowagi} + E_{pot\ grav\ rownowagi}$$

Wykorzystamy wzory na energię potencjalną sprężystości, energię potencjalną grawitacji oraz energię kinetyczną:

$$\frac{1}{2}k(y_0 + A)^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA$$

Przekształcimy i uprościmy powyższe równanie:

$$\frac{1}{2}ky_0^2 + \frac{1}{2}2ky_0A + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA \rightarrow$$

$$ky_0A + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

Przekształcimy lewą stronę równania, aby wykorzystać wzór na maksymalną wartość siły sprężystości:  $F_{s\ max} = k(y_0 + A)$ . Kolejno:

$$ky_0A + kA^2 - \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

$$Ak(y_0 + A) - \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

$$AF_{s\ max} - \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

$$F_{s\ max} = \frac{1}{2}kA + \frac{1}{2}m\frac{v_{max}^2}{A} + mg$$

Do otrzymanego równania zastosujemy związki:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{oraz} \quad v_{max} = \omega A \quad \text{gdzie} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Zatem:

$$F_{s\ max} = \frac{1}{2}\omega^2 m \cdot \frac{v_{max}}{\omega} + \frac{1}{2}m \cdot \omega v_{max} + mg = \frac{1}{2}m\omega v_{max} + \frac{1}{2}m\omega v_{max} + mg$$

$$F_{s\ max} = m\omega v_{max} + mg = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)v_{max} + mg$$

Do powyższego równania podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s\ max} = 0,1\ \text{kg} \cdot \left( \frac{2 \cdot 3,142 \cdot 0,6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,4\ \text{s}} + 9,81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \approx 1,92\ \text{N}$$

**Zadanie 4.1. (0–2)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**

PPP

**Zadanie 4.2. (0–4)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymagania ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.  V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

**Zasady oceniania**

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości ambulansu **oraz** prawidłowy wynik liczbowy z jednostką:  $v \approx 31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia i zapisanie jednego równania, z którego można bezpośrednio wyznaczyć wartość prędkości ambulansu – metoda zawiera: wykorzystanie wzorów Dopplera (albo metody jak w sposobie 3. rozwiązania) z poprawnie zidentyfikowanymi częstotliwościami **oraz** zastosowanie związku falowego, **oraz** wykorzystanie warunku zadania, np.:

$$\text{metoda} \rightarrow 1,2 = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

albo

$$\text{metoda} \rightarrow \frac{1}{11} = \frac{v}{v_d}$$

2 pkt – zapisanie wzorów Dopplera z poprawnym zidentyfikowaniem  $f_A$ ,  $f_B$  (albo  $\Delta f$ ,  $f_0$ ),  $v$ ,  $v_d$  **oraz** wyprowadzenie ze związku falowego (lub zapisanie bez wyprowadzenia) adekwatnych zależności między częstotliwościami a długościami fal, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left( \begin{cases} f_A = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d - v} \\ f_B = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \right) \text{ lub } \left( \begin{cases} f_A \approx f_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{v_d}\right) \\ f_B \approx f_0 \cdot \left(1 - \frac{v}{v_d}\right) \end{cases} \right) \text{ oraz } \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

albo

$$\frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{v}{v_d} \quad \text{oraz} \quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0}$$

albo (bezpośrednie zapisanie wzorów Dopplera z długościami fal)

$$\left( \begin{cases} \lambda_A = \lambda_0 \cdot \left(1 - \frac{v}{v_d}\right) \\ \lambda_B = \lambda_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{v_d}\right) \end{cases} \right) \text{ lub } \left( \begin{cases} \lambda_A \approx \lambda_0 \cdot \frac{v_d}{v_d + v} \\ \lambda_B \approx \lambda_0 \cdot \frac{v_d}{v_d - v} \end{cases} \right) \text{ lub } \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0} \approx \frac{v}{v_d}$$

**LUB**

– zapisanie wzorów na długości fal dźwiękowych docierających do  $\mathcal{A}$  i  $\mathcal{B}$  **oraz** zastosowanie związku falowego między okresem, długością fali w układzie źródła i prędkością dźwięku, np. zapisy równoważne poniższym:

$$(\lambda_A = \lambda_0 - vT, \lambda_B = \lambda_0 + vT) \quad \text{oraz} \quad v_d = \frac{\lambda_0}{T}$$

**LUB**

– poprawne wyprowadzenie wartości wyrażenia  $\frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0}$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\begin{cases} \lambda_A = \lambda_0 - |\Delta \lambda| \\ \lambda_B = \lambda_0 + |\Delta \lambda| \end{cases} \quad \text{oraz} \quad \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 1,2 \quad \rightarrow \quad \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0} = \frac{1}{11}$$



1 pkt – zapisanie wzorów Dopplera z poprawnym zidentyfikowaniem  $f_A$ ,  $f_B$  (albo  $\Delta f$ ,  $f_0$ ),  $v$  i  $v_d$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\begin{cases} f_A = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d - v} \\ f_B = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \quad \text{albo} \quad \begin{cases} f_A \approx f_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{v_d}\right) \\ f_B \approx f_0 \cdot \left(1 - \frac{v}{v_d}\right) \end{cases} \quad \text{albo} \quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{v}{v_d}$$

LUB

– wyprowadzenie ze związku falowego (lub zapisanie bez wyprowadzenia) zależności między częstotliwościami a długościami fal:

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \quad \text{albo} \quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0}$$

LUB

– zapisanie wzorów na długości fal dźwiękowych docierających do  $\mathcal{A}$  i  $\mathcal{B}$ , jako odpowiednio różnicy i sumy długości fali źródła spoczywającego i drogi przebytej przez źródło w czasie okresu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\lambda_A = \lambda_0 - vT, \quad \lambda_B = \lambda_0 + vT$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Uwagi dodatkowe

- Dotyczy rozwiązania sposobem 3a). Jeżeli zdający przyjmie błędną (lub błędnie obliczy) wartość ilorazu  $\frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0}$  i konsekwentnie doprowadzi rozwiązanie zadania do końca, to może otrzymać co najwyżej 3 pkt.
- Jeżeli z zapisów zdającego jednoznacznie wynika, że przyjął przeciwny zwrot ruchu ambulansu oraz wszystkie dalsze zależności są zgodne z tym założeniem, **oraz** doprowadza konsekwentnie rozwiązanie do końca, to otrzymuje 3 pkt.

### Przykładowe pełne rozwiązania

#### Sposób 1. (z wykorzystaniem dokładnych wzorów Dopplera)

Zapiszemy wzory Dopplera na częstotliwość  $f_A$ , jaką rejestruje  $\mathcal{A}$ , gdy ambulans zbliża się do niego oraz na częstotliwość  $f_B$ , jaką rejestruje  $\mathcal{B}$ , gdy ambulans oddala się od niego.

Ze wzorów tych wyznaczmy iloraz rejestrowanych częstotliwości:

$$1) \quad \begin{cases} f_A = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d - v} \\ f_B = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \quad \rightarrow \quad 2) \quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

gdzie  $v$  oznacza wartość prędkości ambulansu,  $v_d$  oznacza wartość prędkości dźwięku.

Ze związku falowego wyprowadzimy wzór na iloraz długości fal. Prędkość dźwięku nie zależy od ruchu źródła dźwięku w ośrodku, zatem:

$$3) \quad \begin{cases} v_d = f_A \lambda_A \\ v_d = f_B \lambda_B \end{cases} \quad \rightarrow \quad 4) \quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

gdzie  $\lambda_A$  i  $\lambda_B$  są odpowiednio długościami fali dźwiękowej docierającej do  $\mathcal{A}$  i fali dźwiękowej docierającej do  $\mathcal{B}$ .

Wykorzystamy warunek zadania:

$$5) \quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 1,2$$

Wartość ilorazu 5) podstawiamy w miejsce lewej strony równania 2). Otrzymane w ten sposób równanie przekształcimy, podstawimy dane i obliczymy prędkość ambulansu.

$$6) \quad 1,2 = \frac{v_d + v}{v_d - v} \quad \rightarrow \quad 1,2v_d - 1,2v = v_d + v \quad \rightarrow \quad 0,2v_d = 2,2v$$

$$7) \quad v = \frac{v_d}{11} \quad \rightarrow \quad 8) \quad v = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{11} \approx 30,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### Sposób 2. (z wykorzystaniem przybliżonych wzorów Dopplera)

Zapišemy przybliżone wzory Dopplera na częstotliwość  $f_A$ , jaką rejestruje  $\mathcal{A}$ , gdy ambulans zbliża się do niego, oraz na częstotliwość  $f_B$ , jaką rejestruje  $\mathcal{B}$ , gdy ambulans oddala się od niego. Z tych wzorów wyznaczmy iloraz częstotliwości:

$$1) \quad \begin{cases} f_A \approx f_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{v_d}\right) \\ f_B \approx f_0 \cdot \left(1 - \frac{v}{v_d}\right) \end{cases} \quad \rightarrow \quad 2) \quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

Ciąg dalszy rozwiązania jest taki sam, jak w sposobie 1., w punktach 3)–8).

### Sposób 3. (bez użycia wzorów Dopplera)

Oznaczmy jako  $\lambda_0$  długość fali, jaka byłaby emitowana z syreny ambulansu, który nie porusza się. Ponieważ ambulans porusza się w kierunku obserwatora  $\mathcal{A}$ , to porusza się także w kierunku powierzchni falowej wysłanej do obserwatora  $\mathcal{A}$  (ambulans „goni” wysyłane przez siebie fale w kierunku  $\mathcal{A}$ ). Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu (swoich drgań) w kierunku  $\mathcal{A}$ , będzie bliżej poprzednio wysłanej powierzchni o odległość  $s = vT$ . Z drugiej strony ambulans oddala się od powierzchni falowej wysłanej w kierunku obserwatora  $\mathcal{B}$ . Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu w kierunku obserwatora  $\mathcal{B}$ , będzie dalej od poprzednio wysłanej powierzchni o odległość  $s = vT$ . Stąd otrzymujemy:

$$1) \quad \begin{cases} \lambda_A = \lambda_0 - vT \\ \lambda_B = \lambda_0 + vT \end{cases} \quad \rightarrow \quad 2) \quad \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{\lambda_0 + vT}{\lambda_0 - vT}$$

Ze związku falowego (dla fali wysłanej z nieruchomej syreny ambulansu) otrzymujemy:

$$3) \quad v_d = \frac{\lambda_0}{T} \quad \rightarrow \quad 4) \quad \lambda_0 = v_d T$$

Na podstawie równań 2) i 4) otrzymujemy:

$$5) \quad \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{v_d T + vT}{v_d T - vT} = \frac{v_d + v}{v_d - v} \quad \rightarrow \quad 6) \quad v = \frac{\frac{\lambda_B}{\lambda_A} - 1}{\frac{\lambda_B}{\lambda_A} + 1} v_d$$

Z warunku zadania mamy:

$$7) \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 1,2$$

Zależność 7) podstawimy do równania 6) i obliczymy prędkość ambulansu:

$$v = \frac{1,2 - 1}{1,2 + 1} \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 30,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### Sposób 3a. (metoda „mieszana”)

Zastosujemy przybliżony wzór Dopplera oraz przybliżoną zależność między parametrami fali i zmianami tych parametrów:

$$1) \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{v}{v_d} \quad \text{oraz} \quad 2) \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} \quad \rightarrow \quad 3) \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} \approx \frac{v}{v_d}$$

Z warunku zadania wyznaczmy  $\frac{\Delta \lambda}{\lambda_0}$ . Oznaczmy jako  $\lambda_0$  długość fali, jaką byłaby emitowana z syreny ambulansu, który nie porusza się. Ponieważ ambulans porusza się w kierunku obserwatora  $\mathcal{A}$ , to kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu (swoich drgań) w kierunku  $\mathcal{A}$ , będzie bliżej poprzednio wysłanej powierzchni o odległość  $|\Delta \lambda| = \lambda_0 - \lambda_A$ . Z drugiej strony, kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu w kierunku obserwatora  $\mathcal{B}$ , będzie dalej od poprzednio wysłanej powierzchni o odległość  $|\Delta \lambda| = \lambda_B - \lambda_0$ . Stąd otrzymujemy:

$$4) \begin{cases} \lambda_A = \lambda_0 - |\Delta \lambda| \\ \lambda_B = \lambda_0 + |\Delta \lambda| \end{cases}$$

Uwzględnimy warunek zadania i wyznaczmy  $\frac{\Delta \lambda}{\lambda_0}$ :

$$5) \quad 1,2 = \frac{\lambda_0 + |\Delta \lambda|}{\lambda_0 - |\Delta \lambda|} \quad \rightarrow \quad 6) \quad \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} \approx \frac{1}{11}$$

Na podstawie równań 3) i 6) otrzymujemy:

$$7) \quad \frac{1}{11} \approx \frac{v}{v_d} \quad \rightarrow$$

$$8) \quad v = \frac{1}{11} \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### Zadanie 5.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. III.1) wyznacza położenie środka masy układu ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego [...].

#### Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

#### Pełne rozwiązanie

PPF

### Zadanie 5.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.  V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego [...].

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia odległości punktu  $P$  od środka Ziemi **oraz** prawidłowy wynik liczbowy z jednostką:  $|PZ| \approx 346\,000\text{ km}$

2 pkt – zapisanie warunku równowagi sił grawitacji od Ziemi i od Księżyca (lub równości wartości natężeń pól grawitacyjnych od Ziemi i od Księżyca) **oraz** poprawne zapisanie wzorów (lub skorzystanie z własności prawa powszechnego ciężenia) na te siły grawitacji (lub natężenia pól), **oraz** poprawne uwzględnienie warunków zadania (dotyczących stosunku mas i faktu, że suma odległości od punktu  $P$  do Ziemi i do Księżyca wynosi  $d$ ), **oraz** doprowadzenie (lub zapisanie od razu) do równania, z którego można bezpośrednio obliczyć odległości punktu  $P$  od środka Ziemi, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{GM_Z m}{r_{PZ}^2} = \frac{GM_K m}{r_{PK}^2} \quad \text{oraz} \quad r_{PK} = d - r_{PZ} \quad \rightarrow \quad \frac{G \cdot 81,28 M_K m}{r_{PZ}^2} = \frac{GM_K m}{(d - r_{PZ})^2}$$

albo wszystko uwzględnione w jednym równaniu

$$\frac{81,28}{x^2} = \frac{1}{(d - x)^2}$$

1 pkt – zapisanie warunku równowagi sił grawitacji od Ziemi i od Księżyca (lub równości wartości natężeń pól grawitacyjnych od Ziemi i od Księżyca) **oraz** zapisanie/wykorzystanie poprawnych wzorów na te siły (lub natężenia pól), z poprawnym uwzględnieniem odległości  $|PZ|$  i  $|PK|$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{GM_Z m}{r_{PZ}^2} = \frac{GM_K m}{r_{PK}^2}$$

albo (zapisanie równości natężeń pól)

$$\frac{GM_Z}{r_{PZ}^2} = \frac{GM_K}{r_{PK}^2}$$

albo skorzystanie z odpowiedniej proporcji wynikającej z prawa ciężenia

$$\frac{r_{PZ}^2}{r_{PK}^2} = \frac{M_Z}{M_K}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Odległość  $|PZ|$  punktu  $P$  od środka Ziemi oznaczmy jako  $x$ , a odległość  $|PK|$  punktu  $P$  od środka Księżyca oznaczmy jako  $y$ . Wtedy  $y = d - x$ . Wypadkowa siła działająca na ciało w punkcie  $P$  jest równa zero, to znaczy, że siła grawitacji od Księżyca równoważy siłę grawitacji od Ziemi (wartości sił są równe, a zwroty sił przeciwne):

$$F_{gZ} = F_{gK}$$

Zastosujemy wzór na wartość siły grawitacji:

$$\frac{GM_Z m}{x^2} = \frac{GM_K m}{y^2} \quad \rightarrow \quad \frac{M_Z}{x^2} = \frac{M_K}{y^2}$$

Wykorzystamy warunki zadania:

$$\frac{81,28M_K}{x^2} = \frac{M_K}{(d-x)^2} \rightarrow$$

$$\frac{81,28}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2} \rightarrow$$

$$\frac{|x|}{|d-x|} = \sqrt{81,28} \approx 9,0155$$

Ponieważ  $d - x > 0$  oraz  $x > 0$  to:

$$\frac{x}{384\,400 \text{ km} - x} \approx 9,0155 \rightarrow$$

$$3\,465\,558 \text{ km} \approx 10,0155x \rightarrow x \approx 346\,000 \text{ km}$$

### Zadanie 6. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p>	<p>Zdający:</p> <p>I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk [...].</p> <p>VII.4) analizuje natężenie pola wytwarzanego przez układ ładunków punktowych i oblicza jego wartość.</p>

### Zasady oceniania

3 pkt – poprawne narysowanie wektora  $\vec{E}_S$  w punkcie  $S$  **oraz** poprawne zapisanie wzoru na wartość wektora  $\vec{E}_S$  (wyrażoną tylko za pomocą odpowiednich stałych oraz  $a$  i  $q$ ), wartość wektora musi być dodatnia.

2 pkt – poprawne narysowanie wektora  $\vec{E}_S$  w punkcie  $S$ : wektor musi leżeć na odcinku  $SQ_2$  i mieć zwrot w stronę  $Q_2$  (jak na rysunku w rozwiązaniu)

LUB

– zapisanie wzoru na współrzędną wektora  $\vec{E}_S$  wzdłuż przekątnej, z dowolnie określonym znakiem, wyrażonej poprzez tylko odpowiednie stałe oraz  $a$  i  $q$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_s = \frac{2kq}{a^2} \quad \text{albo} \quad E_s = -\frac{2kq}{a^2}$$

1 pkt – uwzględnienie (na rysunku lub we wzorze lub zapisanie słowami/równaniem) faktu, że wypadkowe natężenie  $\vec{E}_S$  pola elektrycznego pochodzi tylko od ładunku  $Q_2$ , czyli:

- narysowanie wektora natężenia pola elektrycznego w punkcie  $S$  o poprawnym kierunku i błędnym zwrocie

LUB

- zapisanie wzoru na wartość wektora natężenia elektrycznego wyrażającą się tylko poprzez stałą elektryczną  $k$ , kwadrat połowy przekątnej i  $Q_2$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_s = \frac{kQ_2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

LUB

- zapisanie słowne lub za pomocą równania, że natężenie wypadkowe w punkcie  $S$  jest równe natężeniu pola elektrycznego pochodzącego tylko od ładunku  $Q_2$ , np. zapisy równoważne poniższym:

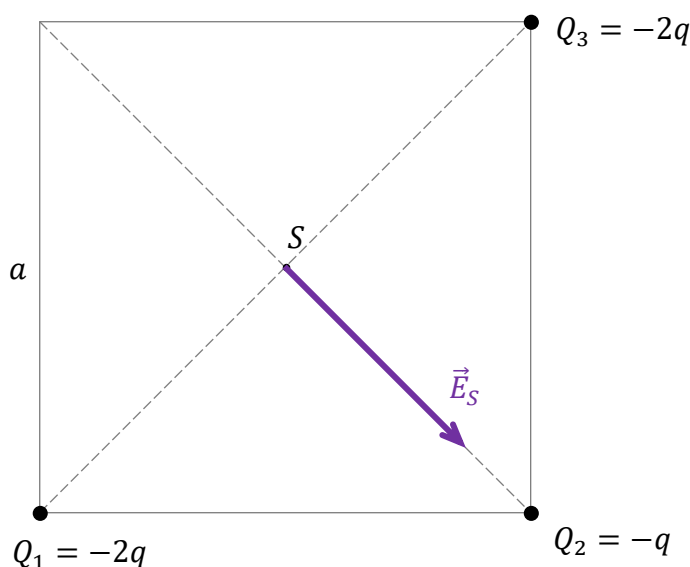
$$\vec{E}_s = \vec{E}_{1S} + \vec{E}_{2S} + \vec{E}_{3S} = \vec{E}_{2S} \quad \text{lub} \quad (\vec{E}_s = \vec{E}_{1S} + \vec{E}_{2S} + \vec{E}_{3S} \quad \text{oraz} \quad \vec{E}_1 = -\vec{E}_3)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

Natężenia pola elektrycznego w punkcie  $S$  pochodzące od ładunków  $Q_1$  i  $Q_3$  zniósą się ( $\vec{E}_{1S} + \vec{E}_{3S} = 0$ ), ponieważ wektory te mają przeciwne zwroty i te same wartości. Zatem natężenie wypadkowe w punkcie  $S$  będzie natężeniem pochodzącym tylko od ładunku  $Q_2$ :

$$\vec{E}_s = \vec{E}_{1S} + \vec{E}_{2S} + \vec{E}_{3S} = \vec{E}_{2S}$$



Zapiszemy wzór na wartość wektora natężenia pola elektrycznego w punkcie  $S$ :

$$E_s = E_{2S} = \frac{k|Q_2|}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} \quad \text{gdzie} \quad \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \quad \text{zatem}$$

$$E_s = E_{2S} = \frac{kq}{\frac{a^2}{2}} \quad \rightarrow \quad E_s = \frac{2kq}{a^2} \quad \text{lub} \quad E_s = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2q}{a^2}$$

### Zadanie 7.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p>	<p>Zdający:                      VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem [...].                      VIII.10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku;                      VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).</p>

#### Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

#### Pełne rozwiązanie

FPP

### Zadanie 7.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p>	<p>Zdający:                      VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika [...].                      VIII.8) stosuje do obliczeń związek mocy wydzielonej na oporniku (ciepła Joule’a-Lenza) z natężeniem prądu i oporem oraz napięciem i oporem;                      VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).</p>

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

#### Pełne rozwiązanie

C1



## Zadanie 7.3. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.  V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem [...]. VIII.10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku; VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa); VIII.12) posługuje się pojęciem oporu zastępczego; oblicza opór zastępczy układu oporników połączonych szeregowo lub równoległe.

## Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 1. i sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu  $\frac{I_{A2}}{I_{A1}}$  natężeń prądów **oraz** podanie prawidłowego

wyniku:  $\frac{I_{A2}}{I_{A1}} = \frac{2}{3}$

*Uwaga! Akceptuje się równoważne przedstawienie zależności między natężeniami prądów:*

$$\frac{I_{A1}}{I_{A2}} = \frac{3}{2} \quad \text{albo} \quad I_{A1} = \frac{3}{2} I_{A2} \quad \text{albo} \quad I_{A2} = \frac{2}{3} I_{A1}$$

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wskazania amperomierza w sytuacji początkowej

**oraz** prawidłowe wyznaczenie  $I_{A1}$  w funkcji  $U$  i  $R$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left( I_{gorny} = \frac{U}{2R} \quad \text{oraz} \quad I_{dolny} = \frac{U}{R} \right) \quad \text{oraz} \quad \rightarrow \quad I_{A1} = I_{gorny} + I_{dolny} = \frac{3U}{2R}$$

albo

$$\left( U = I_{A1} \cdot R_{Z1} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{R_{Z1}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} \right) \quad \text{oraz} \quad \rightarrow \quad I_{A1} = \frac{3U}{2R}$$

LUB

– skorzystanie ze związku między oporem, natężeniem prądu i napięciem **oraz** zastosowanie poprawnej metody wyznaczenia oporu zastępczego obwodu w obu przypadkach, np. zapisy równoważne poniższym:

$$U = I_{A1} \cdot R_{Z1} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{R_{Z1}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{oraz} \quad U = I_{A2} \cdot R_3$$

1 pkt – poprawna metoda wyznaczenia natężeń prądów płynących w gałęzi górnej i dolnej (w sytuacji pierwszej), np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{gorny} = \frac{U}{2R} \quad \text{oraz} \quad I_{dolny} = \frac{U}{R}$$

LUB

- skorzystanie ze związku między oporem, natężeniem prądu i napięciem **oraz** zastosowanie poprawnej metody wyznaczenia oporu zastępczego obwodu w jednym przypadku (przed albo po uszkodzeniu opornika  $\mathcal{R}_1$ ), np. zapisy równoważne poniższym:

$$U = I_{A1} \cdot R_{Z1} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{R_{Z1}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3}$$

albo (dla sytuacji z uszkodzonym opornikiem)

$$U = I_{A2} \cdot R_3$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 3.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu  $\frac{I_{A2}}{I_{A1}}$  natężeń prądów **oraz** podanie prawidłowego

wyniku:  $\frac{I_{A2}}{I_{A1}} = \frac{2}{3}$

*Uwaga! Akceptuje się równoważne przedstawienie zależności między natężeniami prądów:*

$$\frac{I_{A1}}{I_{A2}} = \frac{3}{2} \quad \text{albo} \quad I_{A1} = \frac{3}{2} I_{A2} \quad \text{albo} \quad I_{A2} = \frac{2}{3} I_{A1}$$

2 pkt – stwierdzenie (słowne lub zapisem symbolicznym), że natężenie prądu płynącego przez opornik  $\mathcal{R}_3$  w sytuacji 2. jest takie samo jak natężenie prądu płynącego przez opornik  $\mathcal{R}_3$  w sytuacji 1. **oraz** wyprowadzenie lub zapisanie (od razu) zależności, że w sytuacji 1. natężenie prądu płynącego przez oporniki  $\mathcal{R}_1$  i  $\mathcal{R}_2$  jest dwa razy mniejsze od natężenia prądu płynącego przez opornik  $\mathcal{R}_3$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{gorny} = \frac{1}{2} I_{dolny}$$

1 pkt – stwierdzenie (słowne lub zapisem symbolicznym), że natężenie prądu płynącego przez opornik  $\mathcal{R}_3$  w sytuacji 2. jest takie samo jak natężenie prądu płynącego przez opornik  $\mathcal{R}_3$  w sytuacji 1., np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{A2} = I_{dolny}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązania

#### Sposób 1.

Obliczymy natężenie prądów płynących w górnej i dolnej gałęzi w sytuacji 1. Skorzystamy ze związku między napięciem zasilającym obwód a oporami na poszczególnych gałęziach:

$$1) \quad I_{gorny} = \frac{U}{2R} \quad \text{oraz} \quad I_{dolny} = \frac{U}{R}$$

Obliczymy  $I_{A1}$  z pierwszego prawa Kirchhoffa:

$$2) \quad I_{A1} = I_{gorny} + I_{dolny} = \frac{3U}{2R}$$

Obliczymy  $I_{A2}$ :

$$3) \quad I_{A2} = \frac{U}{R}$$

Obliczmy  $\frac{I_{A2}}{I_{A1}}$ :

$$4) \frac{I_{A2}}{I_{A1}} = \frac{\frac{U}{R}}{\frac{3U}{2R}} = \frac{2}{3}$$

### Sposób 2.

Obliczmy  $I_{A1}$ . Skorzystamy ze związku między napięciem zasilającym obwód a oporem zastępczym obwodu (w sytuacji początkowej):

$$1) U = I_{A1} \cdot R_{Z1}$$

Obliczmy  $R_{Z1}$ . Zastosujemy reguły obliczania oporów zastępczych dla oporników łączonych równolegle i szeregowo:

$$2) \frac{1}{R_{Z1}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} \rightarrow \frac{1}{R_{Z1}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{1+2}{2R} = \frac{3}{2R}$$

$$3) R_{Z1} = \frac{2}{3}R$$

Wynik uzyskany w równaniu 3) podstawimy do równania 1):

$$4) U = I_{A1} \cdot \frac{2}{3}R \quad \text{zatem} \quad I_{A1} = \frac{3U}{2R}$$

Analogicznie obliczmy  $I_{A2}$ . Ponieważ górna gałąź obwodu jest przerwana ze względu na uszkodzenie opornika  $\mathcal{R}_1$ , to prąd płynie tylko przez opornik  $\mathcal{R}_3$ . Zatem:

$$5) U = I_{A2} \cdot R_3 = I_{A2}R \quad \rightarrow \quad I_{A2} = \frac{U}{R}$$

Obliczmy iloraz natężeń prądu płynącego przez amperomierz w obu sytuacjach:

$$6) \frac{I_{A2}}{I_{A1}} = \frac{2}{3}$$

### Sposób 3.

Zauważmy, że natężenie prądu płynącego przez opornik  $\mathcal{R}_3$  w obu sytuacjach jest takie samo, ponieważ napięcie pomiędzy zaciskami X i Y się nie zmienia. Oznaczmy to natężenie jako:

$$1) I_{A2} = I_{dolny}$$

Rozważmy teraz sytuację zilustrowaną na rysunku 1. Natężenie prądu płynącego przez oporniki  $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$  oznaczmy jako  $I_{gorny}$ . Z drugiego prawa Kirchhoffa dla obwodów prądu stałego wynika, że:

$$2) I_{gorny}2R = I_{dolny}R = U \quad \rightarrow \quad 3) I_{gorny} = \frac{1}{2}I_{dolny}$$

Z pierwszego prawa Kirchhoffa dla obwodów prądu stałego wynika, że:

$$4) I_{A1} = I_{dolny} + I_{gorny} = I_{dolny} + \frac{1}{2}I_{dolny} = \frac{3}{2}I_{dolny}$$

Zatem:

$$\frac{I_{dolny}}{I_{A1}} = \frac{I_{A2}}{I_{A1}} = \frac{2}{3}$$

### Zadanie 8.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p>	<p>Zdający:</p> <p>VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: [...] izobaryczną, izochoryczną [...] gazów;</p> <p>VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego;</p> <p>VI.13) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach [...] cieplnych.</p>

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

B

### Zadanie 8.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.</p>	<p>Zdający:</p> <p>VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: [...] izobaryczną, izochoryczną [...] gazów;</p> <p>VI.9.) opisuje związek pomiędzy temperaturą w skali Kelvina a [...] energią wewnętrzną gazu doskonałego;</p> <p>VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu;</p> <p>VI.12) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu; interpretuje związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego.</p>

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 1A. lub 1B.)

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości bezwzględnej zmiany energii wewnętrznej **oraz** podanie prawidłowego wyniku:

$$|\Delta U_{41}| = 3p_1V_1$$

*Uwaga! Zdający może otrzymać 3 pkt, gdy obliczy zmianę energii wewnętrznej i pominie wartość bezwzględną, tzn. gdy otrzyma:*

$$\Delta U_{41} = -3p_1V_1$$

2 pkt – zapisanie związku między zmianą energii wewnętrznej gazu w przemianie  $G_4 \rightarrow G_1$  a przyrostem temperatury w przemianie  $G_4 \rightarrow G_1$  **oraz** zapisanie/wykorzystanie związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta U_{41} = \frac{3}{2}nR\Delta T_{41} \quad \text{oraz} \quad p_1\Delta V_{41} = nR\Delta T_{41}$$

albo w jednym równaniu

$$\Delta U_{41} = \frac{3}{2}p_1\Delta V_{41}$$

LUB

– zapisanie zmiany energii wewnętrznej w przemianie  $G_4 \rightarrow G_1$  jako różnicy energii wewnętrznych w stanach  $G_1$  i  $G_4$  **oraz** wyrażenie energii wewnętrznej w stanach  $G_1$  i  $G_4$  za pomocą parametrów  $p_1, p_4$  i  $V_1, V_4$  (wzory mogą być zapisane bezpośrednio lub wyprowadzone z równania stanu i wzoru z temperaturą na energię wewnętrzną) np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta U_{41} = U_1 - U_4 \quad \text{oraz} \quad \left( U_1 = \frac{3}{2}p_1V_1 \quad \text{i} \quad U_4 = \frac{3}{2}p_4V_4 \right)$$

albo w jednym równaniu

$$\Delta U_{41} = \frac{3}{2}p_1V_1 - \frac{3}{2}p_4V_4$$

1 pkt – zapisanie związku między zmianą energii wewnętrznej gazu w przemianie  $G_4 \rightarrow G_1$  a przyrostem temperatury w przemianie  $G_4 \rightarrow G_1$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta U_{41} = \frac{3}{2}nR\Delta T_{41}$$

LUB

– zapisanie zmiany energii wewnętrznej w przemianie  $G_4 \rightarrow G_1$  jako różnicy energii wewnętrznych w stanach  $G_1$  i  $G_4$  **oraz** zapisanie/wykorzystanie wzoru (z temperaturą) na energię wewnętrzną dla stanu  $G_1$  lub stanu  $G_4$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta U_{41} = U_1 - U_4 \quad \text{oraz} \quad U_1 = nC_VT_1 \quad U_4 = nC_VT_4$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

## Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości bezwzględnej zmiany energii wewnętrznej **oraz** podanie prawidłowego wyniku:

$$|\Delta U_{41}| = 3p_1V_1$$

*Uwaga! Zdający może otrzymać 3 pkt, gdy pominie wartość bezwzględną i otrzyma:*

$$\Delta U_{41} = -3p_1V_1$$

2 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany  $G_4 \rightarrow G_1$  z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków (stosowanej konsekwentnie) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$  a przyrostem temperatury, **oraz** prawidłowe obliczenie pracy siły parcia w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$  (bezpośrednio ze wzoru lub metodą pola), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta U_{41} = -|Q_{41}| + |W_{41}| \quad \text{oraz} \quad |Q_{41}| = \left| n \frac{5}{2} R \Delta T_{41} \right| \quad \text{oraz} \quad |W_{41}| = 2p_1V_1$$

albo w jednym równaniu

$$\Delta U_{41} = - \left| n \frac{5}{2} R \Delta T_{41} \right| + 2p_1V_1$$

LUB

– zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany  $G_4 \rightarrow G_1$  z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków (stosowanej konsekwentnie) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$  a przyrostem temperatury, **oraz** prawidłowe zapisanie/wykorzystanie związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta U_{41} = -|Q_{41}| + |W_{41}| \quad \text{oraz} \quad |Q_{41}| = \left| n \frac{5}{2} R \Delta T_{41} \right| \quad \text{oraz} \quad p_1 2V_1 = n R \Delta T_{41}$$

albo w jednym równaniu

$$\Delta U_{41} = -|5p_1V_1| + |W_{41}|$$

LUB

– zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany  $G_4 \rightarrow G_1$  (tu nie wymagamy poprawnej konwencji znaków) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$  a przyrostem temperatury, **oraz** prawidłowe zapisanie/wykorzystanie związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$ , **oraz** prawidłowe obliczenie pracy siły parcia w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$ , (bezpośrednio ze wzoru lub metodą pola), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta U_{41} = Q_{41} + W_{41} \quad \text{oraz} \quad Q_{41} = n \frac{5}{2} R \Delta T_{41} \quad \text{oraz}$$

$$p_1 2V_1 = n R \Delta T_{41} \quad \text{oraz} \quad |W_{41}| = p_1 |\Delta V_{41}| = 2p_1V_1$$

1 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany  $G_4 \rightarrow G_1$  **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$  a przyrostem temperatury, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\Delta U_{41} = Q_{41} + W_{41} \quad \text{oraz} \quad Q_{41} = n \frac{5}{2} R \Delta T_{41}$$

LUB

- zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany  $G_4 \rightarrow G_1$  oraz prawidłowe obliczenie pracy siły parcia w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$  (bezpośrednio ze wzoru lub metodą pola), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\Delta U_{41} = Q_{41} + W_{41} \quad \text{oraz} \quad |W_{41}| = p_1 |\Delta V_{41}| = 2p_1 V_1$$

albo

$$\Delta U_{41} = Q_{41} + W_{41} \quad \text{oraz} \quad |W_{41}| = \text{pole pod } G_1 \rightarrow G_4 = 2p_1 V_1$$

*Uwaga! W kryterium za 1 pkt nie wymagamy poprawnego uwzględnienia konwencji znaków w I zasadzie termodynamiki.*

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1A. (z zastosowaniem wzoru na energię wewnętrzną i równania stanu)

Wyrazimy wzór na energię wewnętrzną poprzez parametry stanu  $p$ , i  $V$ . W tym celu wykorzystamy wzór z temperaturą na energię wewnętrzną i równanie stanu gazu doskonałego z zadaniem  $C_V$ :

$$1) \left( U = n \frac{3}{2} RT \quad \text{oraz} \quad pV = nRT \right) \rightarrow 2) U = \frac{3}{2} pV$$

Zapiszemy wartość bezwzględną zmiany energii wewnętrznej w przemianie  $G_4 \rightarrow G_1$ :

$$3) |\Delta U_{41}| = |U_1 - U_4|$$

Różnicę energii wewnętrznych wyrazimy za pomocą wzoru 2):

$$4) |\Delta U_{41}| = \left| \frac{3}{2} p_1 V_1 - \frac{3}{2} p_4 V_4 \right| \quad \text{zatem}$$

$$5) |\Delta U_{41}| = \left| \frac{3}{2} p_1 V_1 - \frac{3}{2} p_1 3V_1 \right| = |-3p_1 V_1| = 3p_1 V_1$$

Sposób 1B. (z zastosowaniem wzoru na energię wewnętrzną i równania stanu)

Wykorzystamy związek między temperaturą (w tym przypadku przyrostem temperatury) a energią wewnętrzną (w tym przypadku przyrostem energii wewnętrznej) gazu doskonałego jednoatomowego:

$$1) |\Delta U_{41}| = \left| \frac{3}{2} nR \Delta T_{41} \right|$$

Zapiszemy związek – wynikający z równania stanu gazu doskonałego – między przyrostem temperatury  $\Delta T$  a przyrostem objętości  $\Delta V$  w przemianie izobarycznej:

$$2) pV = nRT \quad \xrightarrow{p=\text{const}} \quad 3) p\Delta V = nR\Delta T$$

Związek wyrażony równaniem 3) wykorzystamy we wzorze 1). Uwzględnimy przy tym, że  $p = p_1$  oraz  $\Delta V = \Delta V_{41} = V_1 - V_4$ :

$$3) |\Delta U_{41}| = \left| \frac{3}{2} p_1 \Delta V_{41} \right| = \left| \frac{3}{2} p_1 (V_1 - 3V_1) \right| = \left| \frac{3}{2} p_1 (-2V_1) \right| = 3p_1 V_1$$

Sposób 2. (z zastosowaniem I zasady termodynamiki)

Zapiszemy I zasadę dynamiki dla przemiany  $G_4 \rightarrow G_1$ . Przyjmiemy konwencję, zgodnie z którą stratę energii przez układ w postaci ciepła lub pracy oznaczamy znakiem minus, a wzrost energii w postaci ciepła lub pracy oznaczamy znakiem plus. W przemianie  $G_4 \rightarrow G_1$  gaz oddaje ciepło (–), a praca jest wykonana nad gazem (+), zatem:

$$1) \Delta U_{41} = -|Q_{41}| + |W_{41}|$$

Do wyznaczenia  $|Q_{41}|$  zastosujemy wzór na ciepło w przemianie izobarycznej (gazu jednoatomowego) i związek (wynikający z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej:

$$2) |Q_{41}| = |n \frac{5}{2} R \Delta T_{41}| \quad \text{oraz} \quad n R \Delta T_{41} = p_1 \Delta V_{41}$$

Z obu powyższych równań wynika, że:

$$3) |Q_{41}| = \left| \frac{5}{2} p_1 \Delta V_{41} \right| = \left| \frac{5}{2} p_1 (V_1 - 3V_1) \right| = \left| \frac{5}{2} p_1 (-2V_1) \right| = 5p_1 V_1$$

Do wyznaczenia  $|W_{41}|$  zastosujemy związek między pracą a polem pod wykresem zależności  $p(V)$  (albo zastosujemy bezpośrednio wzór na pracę siły parcia):

$$4) |W_{41}| = \text{pole pod } G_1 \rightarrow G_4 = 2p_1 V_1$$

Wyrażenia końcowe w równaniach 3) i 4) podstawimy do wzoru 1):

$$5) \Delta U_{41} = -5p_1 V_1 + 2p_1 V_1 = -3p_1 V_1 \quad \text{zatem} \quad |\Delta U_{41}| = 3p_1 V_1$$

**Zadanie 9.1. (0–2)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymagania ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.  I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. IX.7) (SP) opisuje bieg promieni równoległych do osi optycznej przechodzących przez soczewkę skupiającą i rozpraszającą, posługując się pojęciami ogniska i ogniskowej. X.15) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki [...].



**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia szerokości wiązki **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:  $d_2 = 6 \text{ mm}$

1 pkt – (dla sposobu 1. rozwiązania) zapisanie proporcji wynikającej z podobieństwa trójkątów **oraz** zidentyfikowanie wysokości tych trójkątów jako ogniskowych obu soczewek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{f_1}{d_1} = \frac{f_2}{d_2}$$

LUB

– (dla sposobu 2A. rozwiązania) zapisanie proporcji wynikającej z powiększenia obrazu przedmiotu P **oraz** zapisanie równania soczewki S1, dla pewnego przedmiotu P przed S1, którego obraz wypada na soczewce S2, **oraz** identyfikacja odległości obrazu P' od S1 jako sumy ogniskowych obu soczewek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{y}{x} = \frac{d_2}{d_1} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f_1} \quad \text{oraz} \quad y = f_1 + f_2 = 55 \text{ cm}$$

LUB

– (dla sposobu 2B. rozwiązania) zapisanie proporcji wynikającej z powiększenia obrazu przedmiotu P **oraz** zapisanie równania soczewki S2, dla pewnego przedmiotu P leżącego na S1, którego obraz P' wytwarza soczewka S2, **oraz** identyfikacja odległości przedmiotu P od S2 jako sumy ogniskowych obu soczewek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{y}{x} = \frac{d_2}{d_1} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f_2} \quad \text{oraz} \quad x = f_1 + f_2 = 55 \text{ cm}$$

LUB

– (dla sposobu 3. rozwiązania) zapisanie równania soczewki S1 dla pewnego ustalonego powiększenia  $k$  **oraz** zapisanie równania soczewki S2 dla tego samego powiększenia  $k$ , **oraz** zapisanie/skorzystanie z proporcji między odległościami przedmiotów od soczewek i szerokościami wiązek:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{kx_1} = \frac{1}{f_1} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{x_2} + \frac{1}{kx_2} = \frac{1}{f_2} \quad \text{oraz} \quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{d_2}{d_1}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Uwagi dodatkowe**

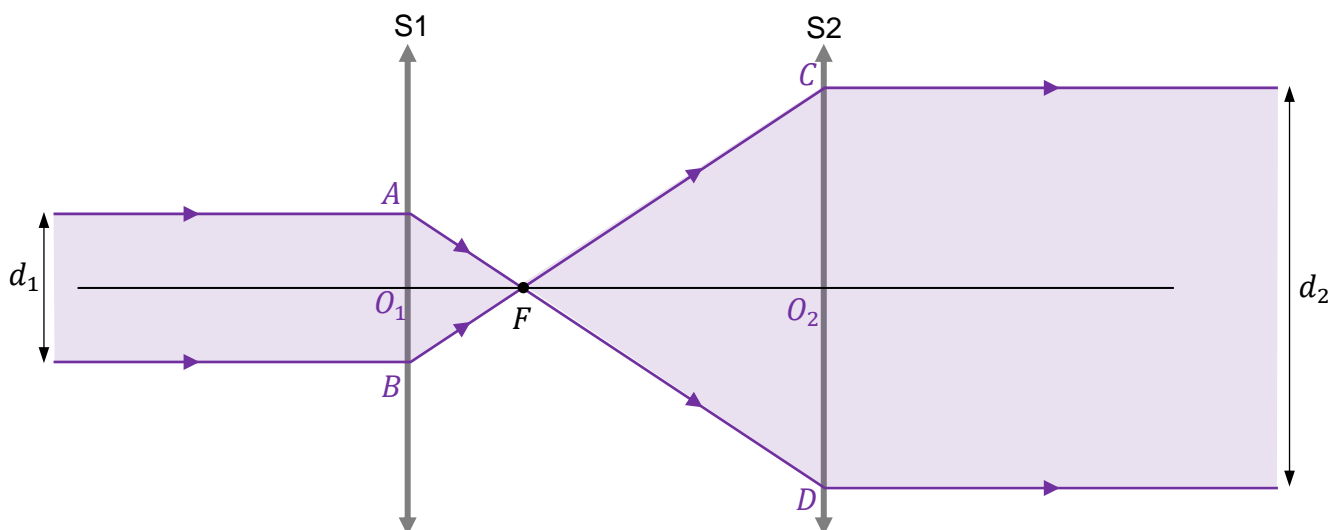
1. Jeśli zdający wyznaczy za pomocą pomiaru linijką proporcję szerokości wiązek i zastosuje ją do wyznaczenia  $d_2$ , to może otrzymać 2 pkt tylko wtedy, gdy wykaże, że zmierzona proporcja jest taka jak proporcja podanych w zadaniu ogniskowych.
2. Jeśli zdający wyznaczy za pomocą pomiaru linijką proporcję szerokości wiązek i zastosuje ją do wyznaczenia  $d_2$  i nie wykaże, że zmierzona proporcja jest taka jak proporcja podanych w zadaniu ogniskowych, to może otrzymać co najwyżej 1 pkt.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

#### Sposób 1. (z wykorzystaniem podobieństwa trójkątów)

Wprowadzimy oznaczenia dla niektórych punktów na rysunku.

Punkty przecięcia promieni z soczewkami oraz osi optycznej z soczewkami oznaczmy jako  $A, B, C, D$  oraz  $O_1$  i  $O_2$ .



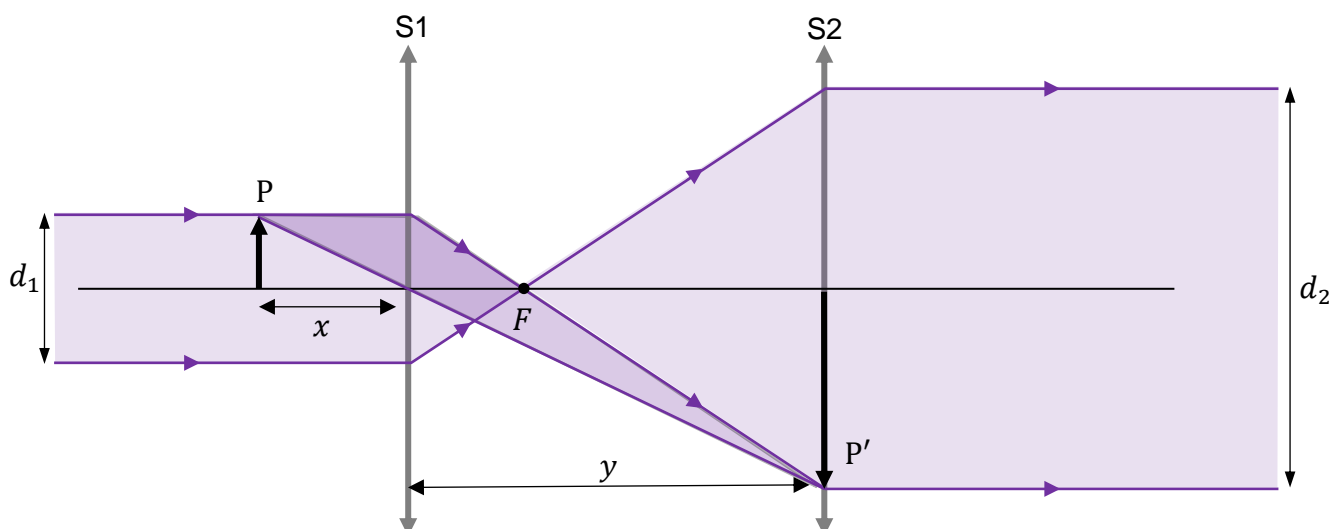
Trójkąty  $BFA$  i  $CFD$  są podobne, zatem:

$$\frac{|O_1F|}{|AB|} = \frac{|O_2F|}{|CD|} \quad \rightarrow \quad \frac{f_1}{d_1} = \frac{f_2}{d_2}$$

$$d_2 = d_1 \frac{f_2}{f_1} \quad \rightarrow \quad d_2 = 2,25 \text{ mm} \cdot \frac{40 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = 6 \text{ mm}$$

#### Sposób 2A. (z wykorzystaniem obrazu przedmiotu)

Rozważamy obraz  $P'$  przedmiotu  $P$  – jak na poniższym rysunku.



Zapišemy równanie soczewki S1 dla pewnego przedmiotu P i jego obrazu P'. Zakładamy, że P' powstaje na soczewce S2. Zatem (zobacz rysunek powyżej):

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f_1} \quad \text{gdzie} \quad y = f_1 + f_2 = 55 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{55 \text{ cm}} = \frac{1}{15 \text{ cm}} \quad \rightarrow \quad x = \frac{165}{8} \text{ cm}$$

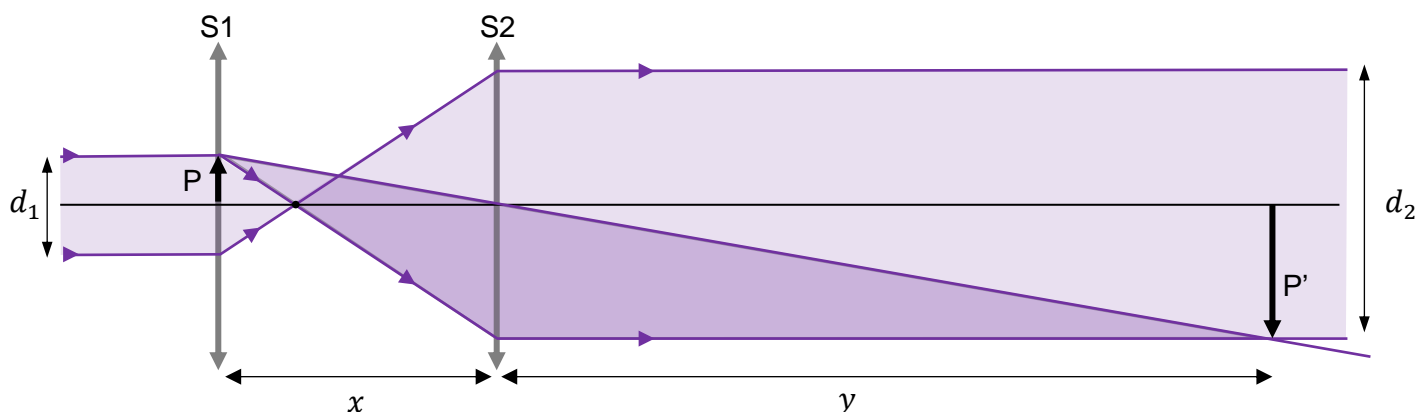
Korzystamy ze związków wynikających z powiększenia obrazu:

$$\frac{y}{x} = \frac{h'_P}{h_P} \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{\left(\frac{d_2}{2}\right)}{\left(\frac{d_1}{2}\right)} \rightarrow \frac{55 \text{ cm}}{\frac{165}{8} \text{ cm}} = \frac{d_2}{\frac{9}{4} \text{ mm}} \rightarrow$$

$$d_2 = \frac{9}{4} \cdot \frac{55}{\frac{165}{8}} = 6 \text{ mm}$$

### Sposób 2B. (z wykorzystaniem obrazu przedmiotu)

Rozważamy obraz P' przedmiotu P – jak na poniższym rysunku.



Zapišemy równanie soczewki S2 dla pewnego przedmiotu P i jego obrazu P' (wytwarzanego przez S2). Zakładamy, że P jest na soczewce S1. Zatem (zobacz rysunek powyżej):

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f_2} \quad \text{gdzie} \quad x = f_1 + f_2 = 55 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{55 \text{ cm}} + \frac{1}{y} = \frac{1}{40 \text{ cm}} \quad \rightarrow \quad y = \frac{440}{3} \text{ cm}$$

Korzystamy ze związków wynikających z powiększenia obrazu:

$$\frac{y}{x} = \frac{h'_P}{h_P} \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{\left(\frac{d_2}{2}\right)}{\left(\frac{d_1}{2}\right)} \rightarrow \frac{\frac{440}{3} \text{ cm}}{55 \text{ cm}} = \frac{d_2}{\frac{9}{4} \text{ mm}} \rightarrow d_2 = \frac{9}{4} \cdot \frac{\frac{440}{3}}{55} = 6 \text{ mm}$$

Sposób 3. (z dwukrotnym wykorzystaniem równania soczewki)

Rozważmy równanie soczewki S1, dla pewnego dowolnie zadanego powiększenia  $k$ :

$$1) \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{kx_1} = \frac{1}{f_1} \quad \text{oraz} \quad x_1 > f_1$$

Z tego równania wyznaczmy  $x_1$ :

$$2) \quad x_1 = \frac{(k+1)}{k} f_1 = \frac{(k+1)}{k} \cdot 15 \text{ cm}$$

Rozważmy równanie soczewki S2, dla tego samego powiększenia  $k$ , jak powyżej:

$$3) \quad \frac{1}{x_2} + \frac{1}{kx_2} = \frac{1}{f_2} \quad \text{oraz} \quad x_2 > f_2$$

Z tego równania wyznaczmy  $x_2$ :

$$4) \quad x_2 = \frac{(k+1)}{k} f_2 = \frac{(k+1)}{k} \cdot 40 \text{ cm}$$

Postulujemy proporcję:

$$5) \quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{d_2}{d_1}$$

(co w istocie jest prawdą, gdyż  $\frac{x_2}{x_1} = \frac{f_2}{f_1}$  oraz  $\frac{d_2}{d_1} = \frac{f_2}{f_1}$ ).

Zatem:

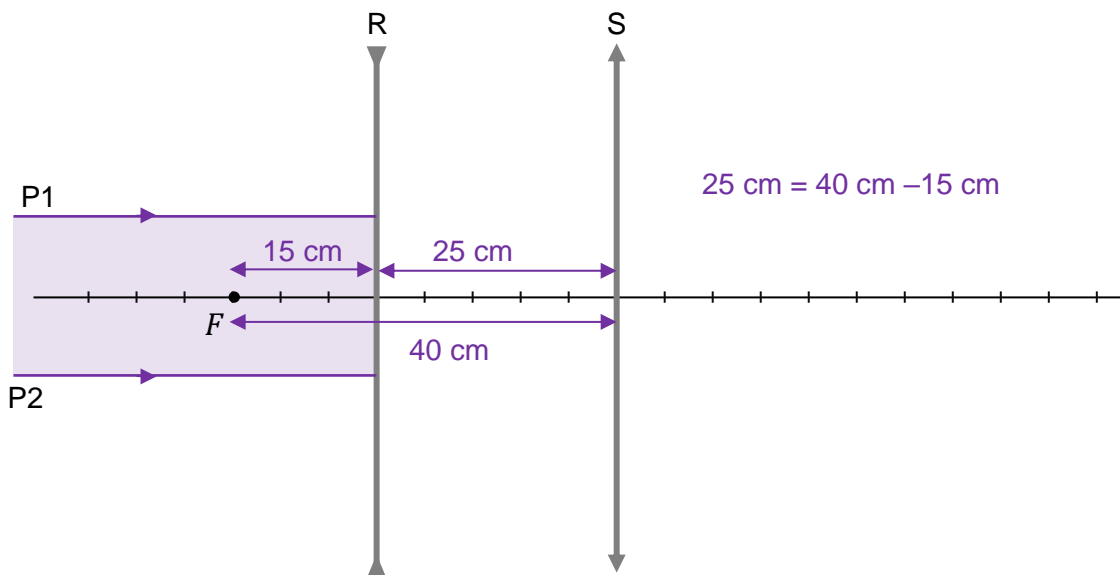
$$6) \quad \frac{\frac{(k+1)}{k} \cdot 40 \text{ cm}}{\frac{(k+1)}{k} \cdot 15 \text{ cm}} = \frac{d_2}{2,25 \text{ mm}} \quad \rightarrow \quad \frac{40 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = \frac{d_2}{2,25 \text{ mm}} \quad \rightarrow \quad d_2 = 6 \text{ mm}$$

**Zadanie 9.2. (0–2)**

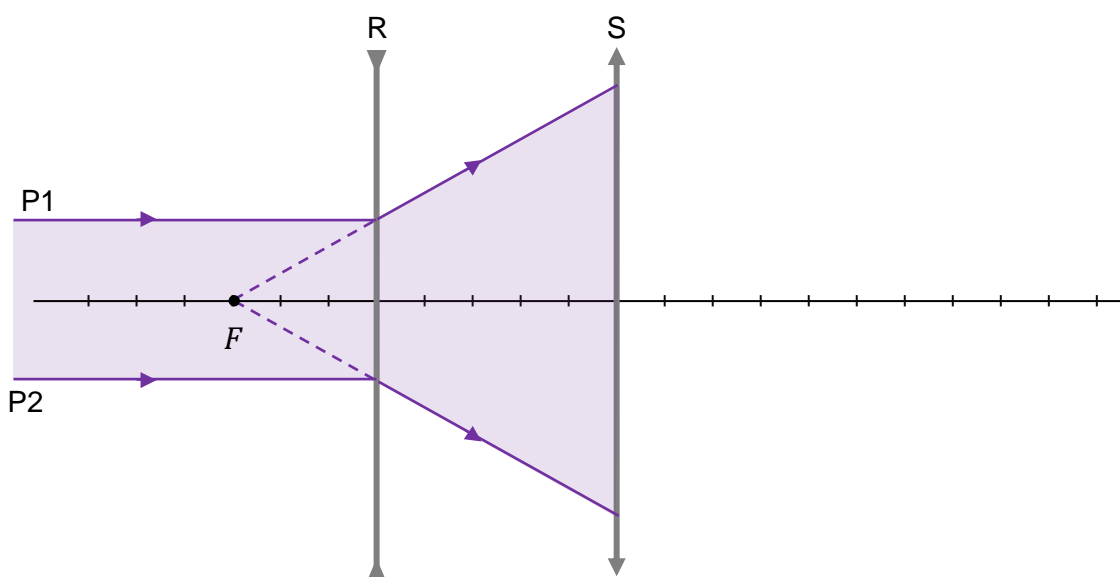
Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.  V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne [...] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu [...]. IX.7) (SP) opisuje bieg promieni równoległych do osi optycznej przechodzących przez soczewkę skupiającą i rozpraszającą, posługując się pojęciami ogniska i ogniskowej. X.15) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki [...].

**Zasady oceniania**

- 2 pkt – narysowanie soczewki S w prawidłowym miejscu na osi optycznej **oraz** prawidłowe narysowanie dalszego biegu promieni P1 i P2 od soczewki R do S i po przejściu przez soczewkę S.
- 1 pkt – poprawne wyznaczenie (zapisami na rysunku lub obliczeniami lub konstrukcyjnie) położenia soczewki S, np. rozwiązania równoważne poniższym:



albo



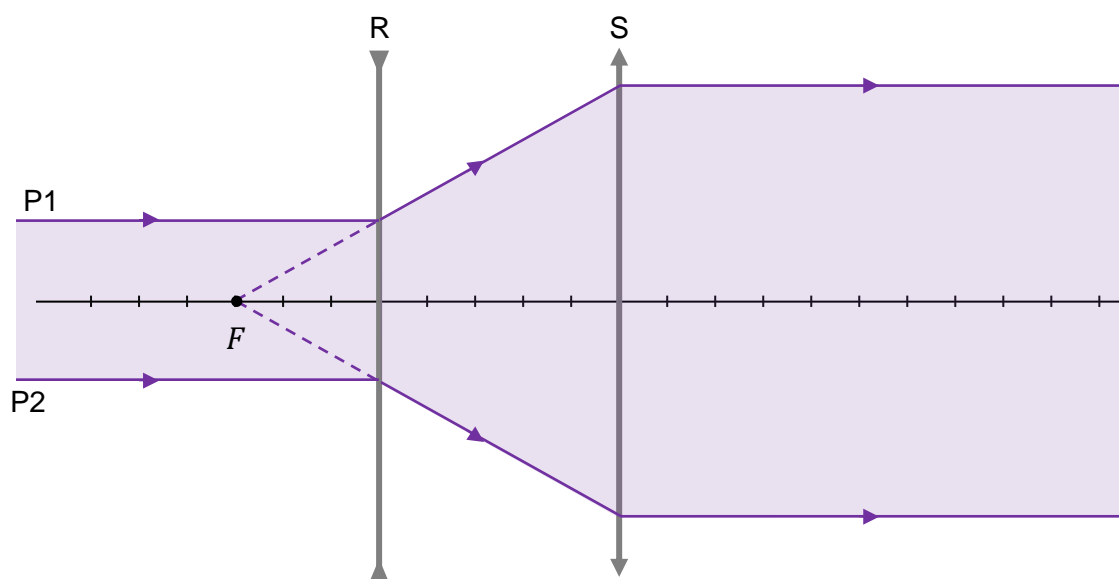
LUB

- narysowanie biegu promieni przez układ soczewek w następujący sposób: od R do S – zgodnie z położeniem ogniska soczewki R **oraz** poza soczewką S – równoległe do osi optycznej.

*Uwaga! W tym kryterium za 1 pkt nie wymaga się poprawnego wyznaczenia położenia soczewki S.*

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**



**Zadanie 10.1. (0–1)**

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymaganie szczegółowe
<p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p>	<p>Zdający:                      XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej.</p>

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawne dokończenie zdania: wpisanie prawidłowej wartości 1,34 ilorazu energii

$\frac{E_B}{E_0}$  rozpędzonego elektronu (uznaje się także wartości zaokrąglone do dwóch cyfr znaczących).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Rozwiązanie**

Iloraz energii  $\frac{E_B}{E_0}$  rozpędzonego elektronu jest równy (w zaokrągleniu) ..... 1,34 ..

## Zadanie 10.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.  V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. VII.6) analizuje pracę jako zmianę energii potencjalnej podczas przemieszczenia ładunku w polu elektrycznym. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równowagę masy i energii spoczynkowej.

## Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia napięcia **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką mieszczącego się w zakresie od  $1,70 \cdot 10^5$  V do  $1,80 \cdot 10^5$  V.

2 pkt – zapisanie/wykorzystanie związku wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej (tutaj – pracy siły elektrycznej) i zmianie energii kinetycznej, **oraz** zapisanie/wykorzystanie relatywistycznego wyrażenia na energię kinetyczną (**albo** związku między energią całkowitą a kinetyczną i spoczynkową **oraz** związku między energią całkowitą a prędkością), np. zapisy równoważne poniższym:

$$qU_{AB} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

1 pkt – zapisanie związku wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej (tutaj – pracy siły elektrycznej) i zmianie energii kinetycznej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$qU_{AB} = \Delta E_{kinB} \quad \text{albo} \quad qU_{AB} = E_{kinB} - 0 \quad \text{albo} \quad qU_{AB} = E_{kinA}$$

LUB

– zapisanie relatywistycznego wyrażenia na energię kinetyczną z prędkością (**albo** związku między energią całkowitą a kinetyczną i spoczynkową **oraz** związku między energią całkowitą a prędkością), np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kinB} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

albo

$$E_B = E_{kinB} + E_0 \quad \text{oraz} \quad E_B = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Uwagi dodatkowe

1. Jeżeli zdający korzysta z nierelatywistycznego wzoru na energię kinetyczną, to może otrzymać co najwyżej 1 pkt, na mocy kryterium opisanego w pierwszym myślniku za 1 pkt.
2. Jeżeli zdający przepisuje z zadania 10.1. wartość energii całkowitej, która wynika z relatywistycznego wzoru i błędu rachunkowego, **oraz** doprowadza konsekwentnie (zgodnie z przepisaną błędną wartością) rozwiązanie do końca, to otrzymuje 3 pkt.

### Dodatek

Wartości wynikające ze wzorów relatywistycznych:

$$E_B = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{\frac{5}{9}}} \approx 1,342E_0 = 1,342 \cdot 5,11 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 6,86 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 11 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$E_{kinB} = E_B - E_0 \approx 0,342E_0 = 0,342 \cdot 5,11 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 1,75 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 2,8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Wartości wynikające ze wzorów nierelatywistycznych:

$$E_{kinB} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mc^2 \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2}E_0 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}E_0 \approx 0,2E_0 \approx 1,14 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 1,8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$E_B = E_{kinB} + E_0 = \frac{11}{9}E_0 = 1,2E_0 \approx 6,25 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 10 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

### Przykładowe pełne rozwiązanie

Z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej wynika, że praca siły pola elektrycznego działającej na elektron jest równa energii kinetycznej, jaką uzyskał elektron rozpędzony od zerowej prędkości:

$$1) \quad qU_{AB} = E_{kinB} - E_{kinA} \quad \rightarrow \quad qU_{AB} = E_{kinB} - 0$$

Zastosujemy wzór relatywistyczny na energię kinetyczną (tzn. skorzystamy z faktu, że energia całkowita jest sumą energii spoczynkowej i energii kinetycznej oraz skorzystamy ze wzoru na energię całkowitą):

$$2) \quad E_{kinB} = E_B - E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

Ze wzorów 1) i 2) otrzymujemy:

$$3) \quad qU_{AB} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

$$4) \quad qU_{AB} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}\right)^2}} - E_0 \quad \rightarrow \quad qU_{AB} \approx 1,342E_0 - E_0$$

$$qU_{AB} = 0,342E_0 \quad \rightarrow \quad e \cdot U_{AB} = 0,342 \cdot 5,11 \cdot 10^5 \text{ eV} \quad \rightarrow$$

$$e \cdot U_{AB} = 0,342 \cdot 5,11 \cdot 10^5 \cdot eV \quad \rightarrow$$

$$U_{AB} = 0,342 \cdot 5,11 \cdot 10^5 \text{ V} \approx 1,75 \cdot 10^5 \text{ V}$$



**Zadanie 11.1. (0–1)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymagania ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
<p>III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.</p> <p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p>	<p>Zdający:</p> <p>I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.</p> <p>XII.12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu.</p>

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawne dokończenie zdania: wpisanie prawidłowego czasu połowicznego rozpadu fluoru.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Rozwiązanie**

Czas połowicznego rozpadu jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$  wynosi .....<sup>110</sup> minut.

**Zadanie 11.2. (0–2)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2024</b>	
<b>Wymagania ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
<p>IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.</p> <p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p>	<p>Zdający:</p> <p>I.2) posługuje się [...] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych.</p> <p>XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej;</p> <p>XII.6) zapisuje reakcje jądrowe stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku;</p> <p>XII.9) [...] opisuje rozpady alfa, beta (<math>\beta^+</math>, <math>\beta^-</math>).</p>

### Zasady oceniania

2 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu beta plus jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$ , tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej **oraz** zapisanie symbolu lub nazwy pierwiastka, którego jądro powstaje:

$^{18}_8\text{O}$  albo O albo tlen

1 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu beta plus jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$ , tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej powstałego jądra  
LUB

– poprawne zapisanie symbolu lub nazwy jądra pierwiastka X (tlen).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

### Uwaga dodatkowa

Jeżeli zdający błędnie określi liczbę atomową jądra X **oraz** poprawnie określi liczbę masową jądra X, **oraz** zgodnie ze swoją liczbą atomową zapisze nazwę pierwiastka, to otrzymuje **1 pkt**.

### Pełne rozwiązanie



gdzie X oznacza jądro pierwiastka  $^{18}_8\text{O}$  lub O lub tlen .....

### Zadanie 11.3. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.  II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.3) opisuje równowagę masy i energii spoczynkowej; XII.7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych [...]; XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową [...].

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia łącznej energii kinetycznej produktów rozpadu beta plus jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$  **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w MeV i zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących:  $E_{kin} \approx 0,63 \text{ MeV}$

2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii dla rozpadu z uwzględnieniem energii spoczynkowej jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$ , energii spoczynkowej i kinetycznej produktów: jądra X i cząstki  $\beta^+$  **oraz** zastosowanie wzoru Einsteina na energie spoczynkowe (z uwzględnieniem każdej masy), np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_{\text{F}}c^2 = m_{\text{X}}c^2 + m_{\beta}c^2 + E_{kin}$$

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii dla rozpadu beta plus z uwzględnieniem (wystarczy poprzez oznaczenie) energii spoczynkowej substratów (jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$ ), energii kinetycznej i energii spoczynkowej produktów rozpadu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin \text{ przed}} + E_{0 \text{ przed}} = E_{kin \text{ po}} + E_{0 \text{ po}} \quad \text{oraz} \quad E_{kin \text{ przed}} = 0$$

albo

$$E_{0 \text{ przed}} = E_{kin \text{ po}} + E_{0 \text{ po}}$$

albo

$$E_{0 \text{ F}} = E_{0 \text{ X}} + E_{0 \beta} + E_{kin}$$

albo

$$E_{0 \text{ F}} + E_{kin \text{ F}} = E_{0 \text{ X}} + E_{0 \beta} + E_{0 \nu} + E_{kin \text{ X},\beta,\nu} \quad \text{oraz} \quad E_{kin \text{ F}} = 0 \quad \text{oraz} \quad E_{0 \nu} \approx 0$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Zastosujemy zasadę zachowania energii. Energia całkowita układu przed rozpadem jest równa energii całkowitej układu po rozpadzie:

$$E_{kin \text{ przed}} + E_{0 \text{ przed}} = E_{kin \text{ po}} + E_{0 \text{ po}}$$

Uwzględnimy fakt, że energia całkowita jest sumą energii kinetycznych oraz energii spoczynkowych wszystkich jąder i cząstek:

$$E_{0 \text{ F}} + E_{kin \text{ F}} = E_{0 \text{ X}} + E_{0 \beta} + E_{0 \nu} + E_{kin \text{ X},\beta,\nu}$$

Wykorzystamy dalej związek między masą a energią spoczynkową (wzór Einsteina) i uwzględnimy założenia zadania (jądro fluoru spoczywa, tzn.  $E_{kin \text{ F}} = 0$ , masę neutrina pomijamy, tzn.  $E_{0 \nu} \approx 0$ ):

$$m_{\text{F}}c^2 = m_{\text{X}}c^2 + m_{\beta}c^2 + E_{kin \text{ X},\beta,\nu} \quad \rightarrow$$

$$E_{kin \text{ X},\beta,\nu} = (m_{\text{F}} - m_{\text{X}} - m_{\beta})c^2 \quad \rightarrow$$

$$E_{kin \text{ X},\beta,\nu} = (17,99600 \text{ u} - 17,99477 \text{ u} - 0,00055 \text{ u}) \cdot c^2 \quad \rightarrow$$

$$E_{kin \text{ X},\beta,\nu} = 0,00068 \cdot \text{u} \cdot c^2 = 0,00068 \cdot 931,5 \text{ MeV} \approx 0,63 \text{ MeV}$$